БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ

ИНСТИТУТ ПО ИНФОРМАЦИОННИ И КОМУНИКАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ

СЕКЦИЯ "ИНФОРМАЦИОННИ ПРОЦЕСИ И СИСТЕМИ ЗА ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ"

Дилян Чавдаров Корсемов

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМИ ЗА ПОДПОМАГАНЕ НА ГРУПОВО ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

ДИСЕРТАЦИЯ

за присъждане на образователна и научна степен "Доктор"
Професионално направление: 5.2. "Електротехника, електроника и автоматика"
Докторска програма "Приложение на принципите и методите на кибернетиката в различни области на науката (техническа)"

Научен ръководител

проф. д.н. Даниела Борисова

2019

Съдържание

Увод 6

Глава 1. Анализ на техниките и моделите за подпомагане на групово вземане на решения 8

1.1. Общи подходи при вземането на решения 8

1.1.1. Процес на вземане на решение 9

1.2. Техники за групово вземане на решиния 14

1.2.1. Техника на мозъчна атака 14

1.2.2. Номинална техника 16

1.2.3. “Делфи” техника 16

1.2.4. Техника на “адвокат на дявола” 18

1.2.5. Техника на дидактическото взаимодействие 19

1.3. Постановка на задачата за вземане на решения при много атрибути 19

1.3.1. Техники за нормализация на данните 21

1.4. Модели за решаване на задачите за вземане на решения при много атрибути 22

1.4.1. Модел на претеглената сума 23

1.4.2. Модел на SMART 24

1.4.3. Модел на претегленото произведение 26

1.4.4. Аналитичен йерархичен процес 27

1.4.5. Аналитичен мрежови процес 28

1.4.6. Модел на TOPSIS 29

1.4.7. Модел на VIKOR 30

1.4.8. Аутранкиращи методи ELECTRE и PROMETHEE 31

1.4.9. Интерактивни методи 33

1.5. Вземане на решения в условия на неопределеност 35

1.5.1. Принцип на Валд 36

1.5.2. Принцип на Сейвидж 36

1.5.3. Принцип на Лаплас 37

1.5.4. Принцип на Хурвиц 37

1.6. Изводи 38

1.7. Цел и задачи 39

Глава 2. Модели и алгоритми за подпомагане на групово вземане на решения с отчитане различията в експертизата на членовете на групата 40

2.1. Модифициран модел на претеглената сума при групово вземане на решение 44

2.1.1. Модифициран математически модел 44

2.1.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претеглената сума при групово вземане на решение 46

2.2. Модифициран модел на претегленото произведение при групово вземане на решение 48

2.2.1. Модифициран математически модел 49

2.2.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претегленото произведение при групово вземане на решение 50

2.3. Модифициран модел на SMART при групово вземане на решение 52

2.3.1. Модифициран математически модел 52

2.3.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на SMART при групово вземане на решение 53

2.4. Обобщен алгоритъм и модели за групово вземане на решения с интегрирани различни стратегии 54

2.4.1. Обобщен алгоритъм за избор на една най-добра алтернатива, за избор на няколко алтернативи, или за класиране на алтернативите 55

2.4.2. Математически модел за избор на една единствена най-добра алтернатива 57

2.4.3. Математически модел за избор на k-добри алтернативи 58

2.4.4. Математически модел за класиране на всички алтернативи..... 59

2.5. Модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност ... 60

2.5.1. Модели за избор в условията на неопределеност при групово вземане на решиния 61

2.5.2. Алгоритъм за прилагане на моделите при групово вземане на решения с отчитане на условията на неопределеност 64

Глава 3. Числено тестване на предложените модели и алгоритми за подпомагане на груповото вземане на решения 66

3.1. Тестване на модифицирания модел на претеглената сума при групово вземане на решения 66

3.1.1. Избор на софтуерна система за планиране на корпоративни ресурси (ERP) 67

3.1.2. Избор на доставчик на персонални компютри (PCs) чрез обществена поръчка 72

3.1.3. Избор на изпълнител в областта на софтуерното инженерство 76

3.2. Тестване на модифицирания модел на претегленото произведение при групово вземане на решения..... 79

3.2.1. Избор на система за планиране на корпоративни ресурси (ERP) 79

3.2.2. Избор на доставчик на персонални компютри (PCs) чрез обществена поръчка 82

3. 3. Числено тестване на модифицираните модели на претеглената сума и претегленото произведение при групово вземане на решения в средата на MS Excel 83

3.4. Числено тестване на модифицирания модел на SMART при групово вземане на решения 88

3.5. Числено тестване на предложения алгоритъм с три различни стратегии при групово вземане на решения..... 90

3.5.1. Избор на една единствена най-добра алтернатива 92

3.5.2. Избор на няколко добри алтернативи 94

3.5.3. Класиране на всички алтернативи 96

3.6. Числено тестване на моделите при групово вземане на решения в условията на неопределеност 97

3.6.1. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Валд 99

3.6.2. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Лаплас 99

3.6.3. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Хурвиц 100

3.6.4. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Сейвидж 100

3.6.5. Сравнителен анализ на предложените модели при групово вземане на решения в условията на неопределеност 101

Заключение 107

Приноси 109

Списък на публикациите по дисертационния труд 110

Списък на забелязяни цитирания 111

Декларация за оригиналност на резултатите 112

Библиография 113

УВОД

Въпреки, че понятието “вземане на решение” има широк смисъл, то може да се илюстрира като избор на алтернатива от множество налични алтернативи. При мениджмънта на организациите, необходимостта от вземане на решения възниква на различни нива (стратегическо, тактическо и оперативно ниво). Поради глобализацията, водеща до растяща конкуренция, днес е трудно да се вземат успешни решения без съдействието на експерти от различни области. Всеки от тези експерти трябва да има доказани способности да предоставя убедителна информация за оценките си за съществуващите алтернативни решения, по отношение на предварително определени критерии. Същността на процеса на вземане на решение чрез избор на алтернатива, включваща различни количествени и качествени критерии, го определя като нетривиален и комплексен многокритериален проблем. Поради това, целта на всяка система за подпомагане вземането на решения е да се базира на добре обосновани модели и алгоритми, водещи до оптимален избор на алтернатива от множество зададени алтернативи.

Едно от научните направления, разглеждащо законите на получаване, съхраняване, обработване и предаване на информацията е кибернетиката. Това направление остава актуално и днес в условията на постоянно развиващите се информационни технологии и намира широко приложение в различни научни и научно-приложни области. В тази връзка, провеждането на научни изследвания, свързани с разработването на модели и алгоритми за анализ на информацията, с цел подпомагане на вземането на решения и в частност, на груповото вземане на решения, е актуално научноизследователско направление. Една от перспективните тенденции в това направление е използването на математически методи за подпомагане вземането на добре обосновани решения. Това определя и обекта на изследванията в настоящия дисертационен труд, като разработване на математически обосновани модели и алгоритми за подпомагане на груповото вземане на решения.

Дисертационният труд е структуриран в увод, 3 глави, заключение, приноси, списък на публикациите, забелязани цитирания, декларация за оригиналност и библиография.

В **Глава 1** е направен обзор, свързан с процеса на вземане на решение, анализ на съществуващите техники и модели за подпомагане на процеса при групово вземане на решения. Определени са перспективни изследователски направления, целта на дисертационния труд и задачите за реализирането й.

В **Глава 2** са описани предложените модели за подпомагане на груповото вземане на решения, а именно – модифициран модел на претеглената сума, модифициран модел на претегленото произведение и модифициран модел, базиран на SMART. За всяка модификация на моделите за подпомагане на груповото вземане на решения са предложени и съответни алгоритми за тяхната реализация. Предложен е също и обобщен алгоритъм, реализиращ три различни стратегии – за избор на една алтернатива, за избор на няколко алтернативи, или подредба на всички алтернативи по степен на тяхната предпочитаност. Предложени са и модели за избор на алтернатива/и в условията на неопределеност, използващи принципите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж**.**

В **Глава 3** са описани проведените числени експерименти на предложените модифицирани модели за групово вземане на решения и алгоритмите за тяхното прилагане. Представени са резултати от числените експерименти, доказващи практическата приложимост на предложените модификации на модела на претеглената сума, на модела на претегленото произведение и на модела на SMART за избор на алтернатива/и в условията на групово вземане на решения. Описани са и числените експерименти, проведени с използване на предложения обощен алгоритъм за групово вземане на решения с три различни стратегии. Представени са резултати от численото тестване, доказващи практическа приложимост моделите за групово вземане на решения в условията на неопределеност, използващи принципите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж.

В заключението са посочени насоки за бъдещи изследвания, свързани с областта на подпомагането на груповото вземане на решения.

ГЛАВА 1.
АНАЛИЗ НА ТЕХНИКИТЕ И МОДЕЛИТЕ ЗА ПОДПОМАГАНЕ НА ГРУПОВО ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

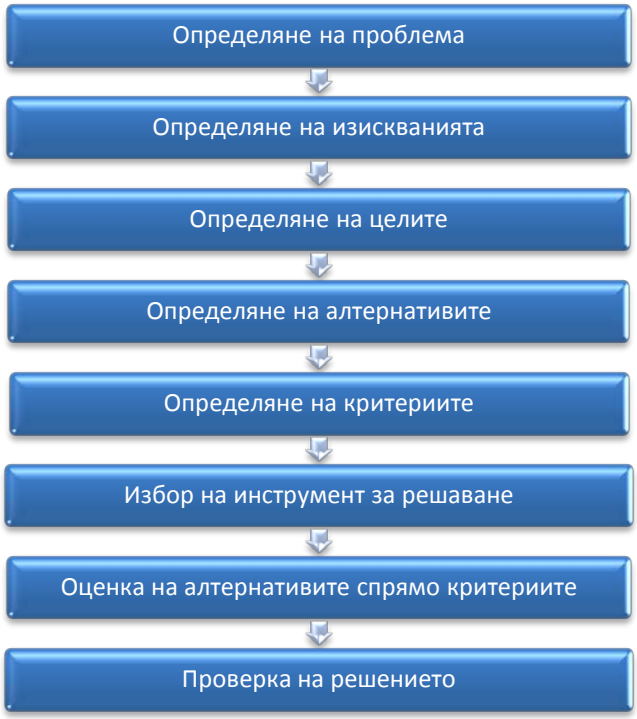
1.1. Общи подходи при вземането на решения

Вземането на решения е неотменна дейност, свързана с различни ежедневни проблеми от различно естество. В зависимост от нивото на вземаните решения, те могат да се класифицират в три основни категории – стратегически, тактически и оперативни [Curtis, 2008]. Стратегическите решения се извършват от най-висшата управленска администрация и касаят широкообхватни решения, засягащи развитието на организацията за дълъг период от време. Тактическите решения обикновено се свързват с решения, определяни от средния межиджърски ранк и се отнасят до средни срокове на изпълнение (от текущия момент до след няколко месеца или година). Оперативните решения са решенията, вземани при обикновените ежедневни дейности на бизнеса.

Независимо от нивото на вземане на решение, вземането на решения може да се представи като процес на избор на алтернатива от налични няколко, на базата на анализ (най-често в смисъла на приходи и разходи). Целта е да се намери най-добрата алтернатива, съответстваща на поставените цели и съобразена със съществуващите възможности и ограничения. В много случаи, съществуват множества от критерии и множества от алтернативи и избраната алтернатива трябва да удовлетворява критериите по най-добър начин спрямо останалите алтернативи. Такава алтернатива се нарича най-предпочитана алтернатива. В управленската практика е прието крайното решение да се одобрява или взема от съответни отговорни за последствията мениджъри. Поради това, целта на разработването на методи за вземане на решения е да се подпомага процеса на оценяване водещ до формиране на крайното решение чрез предоставяне на научно обосновани методи.

1.1.1. Процес на вземане на решение

Рационалният модел за вземане на решения описва поредица от етапи, които трябва да се изпълнят за достигане до най-добрия избор, както е показано на Фиг.1.1 [Baker и др., 2002]:



Фиг. 1.1. Диаграма на процеса на вземане на решение

Лицето, вземащо решение (ЛВР) следва всеки един от етапите на процеса на вземане на решения, както са описани по-долу:

1. *Определяне на проблема* – на този етап се определя основният проблем и причините, които го пораждат, ограничаващите предположения, организационните граници, както и всички заинтересовани страни.

2. *Определяне на изискванията* – определят се условията, които трябва да удовлетворява всяко приемливо решение на формулирания проблем.

3. *Определяне на целите* – определят се общите изисквания за най-добро решение на проблема, като намерения, последствия и желани стойности.

4. *Определяне на алтернативите* – определя се множество от алтернативи, които могат да се разглеждат като решение на проблема. Те предлагат различни подходи за промяна на първоначалното състояние на обекта

или процеса в ново желано състояние. По правило, всяка алтернатива отговаря на определени предварително поставени изисквания.

5. *Определяне на критериите* – критериите отразяват степента на удовлетворяване на желаните цели и чрез тях се прави оценка на всяка от възможните алтернативи.

6. *Избор на инструмент за вземане на решение* – изборът на подходящ инструмент зависи от спецификата на конкретния проблем, както и от целите, които трябва да бъдат удовлетворени при решаването му. Обикновено, сложните проблеми изискват сложни и добре обосновани инструменти (методи) за вземане на решение.

7. *Оценка на алтернативите спрямо критериите* – зададените критерии определят вида на оценката - обективна, чрез измерими числови стойности (напр. чрез пари) или субективна, отразяваща субективната преценка на оценителя.

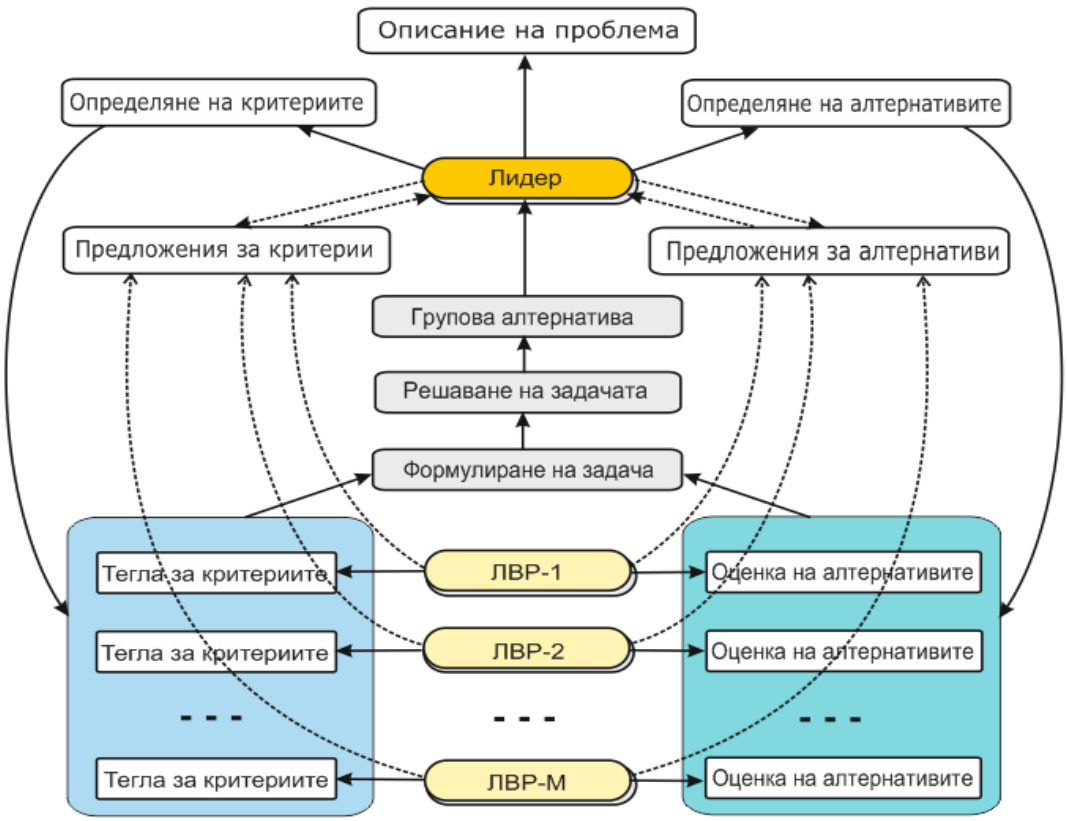
8. *Проверка на решението* – избраната алтернатива на решение чрез използване на приетите инструменти или методи, трябва да бъде проверена спрямо изискванията и целите на проблема. Възможно е напр., неправилно прилагане на инструмента за вземане на решение. При сложни проблеми, избраната алтернатива може да не е приемлива, което да изисква въвеждане на допълнителни цели и/или ограничения, които да се включат към модела на вземане на решение.

Груповото вземане на решения обикновено се описва като процес за избор на най-добрата алтернатива(и) от даден набор от възможни варианти въз основа на мненията на група хора, често наричани експерти [Perez и др., 2018]. Този процес е важен не само когато последиците от вземането на решения засягат група хора, но и когато самите решения могат да бъдат подобрени, а именно да се вземат по-добри решения, като се привлекат повече хора в процеса на вземане на решения [Liu и др., 2017]. С други думи, груповото вземане на решение, известно също и като колективно вземане на решения, е процес при който група от експерти колективно прави избор от предварително зададен брой алтернативи. Етапите на процеса, илюстриран на Фиг. 1.1, може да се разглеждат и като етапи на процес на групово вземане на решение, при определено разпределение на отговорностите на участниците в групата (експертите) спрямо отделните етапи. Практиката

показва, че въпреки вариациите в броя на членовете на групата, най-често техният брой е в интервала от 2 до 7 [Barnett, 2017]. Съществена особеност на груповото вземане на решение е фактът, че полученото решение е колективно, т.е. не може да се припише на никое отделно лице, което е член на групата. Съгласно Yetton и Botter [Yetton & Botter, 1983], практиката е показала, че група от петима експерти е най-ефективна при вземането на групови решения, а на второ място е от група от седем експерти. Съществуват много доказателства, че работата в екип (принцип на синергията) дава по-добър резултат, отколкото работата на всеки един от членовете на групата поотделно. Често пъти, груповите решения се различават от решенията, взети от едно лице.

При реализацията на групово вземане на решение (ГВР) съществува лидер или ръководител на групата. Този лидер има отговорности за определяне на състава на групата, за организирането на процеса на вземане на решения, да предлага варианти на възможните алтернативи, да формулира основните критерии за оценяване на алтернативите, както и за събирането на оценките и за формиране на окончателния резултат. Лидерът на групата обикновено е мениджърът, който е отговорен сам да вземе окончателното решение или трябва да го предложи на по-високото ниво на управление. Броят на алтернативите и броят на критериите за оценка (атрибутите) може да се определя както от лидера така и от формираната група от експерти и се съгласува взаимно. Структурата на процеса на групово вземане на решения при наличие на множество алтеранативи и атрибути е показана на Фиг. 1.2 [Mustakerov & Borissova, 2014].

Група от експерти (ЛВР), вкл. и лидера, участват в определянето на алтернативите, критериите, по които ще се оценяват алтернативите и опредалят също така теглови коефициенти за всеки от критериите. Определянето на критериите е съществен компонент от предварителния анализ на проблема, тъй като те представляват основата за оценка на алтернативите. Всеки експерт дава числена оценка на алтернативите по отношение удовлетворяването на критериите. Той също така оценява важността на всеки критерий чрез свои теглови коефициенти. От своя страна, лидерът на групата има възможност да въвежда и коефициенти за степента на важност на оценките на отделните експерти, съобразно с техния опит и отношение към проблема.



Фиг. 1.2. Процес на групово вземане на решения

Всички тези данни могат да бъдет структурират в матрица за вземане на решение, както е показано в Таблица 1.1 [Mustakerov & Borissova, 2014].

Таблица 1.1. Структура на матрица при групово вземане на решение

Критерии	**Тегла за експертите**			**Алтернатива 1 A-1**			**Алтернатива 2 A-2**			**....**	**Алтернатива M A-N**		
	E^1	...	E^K	E^1	...	E^k	E^1	...	E^k	...	E^1	...	E^k
C_1	w_1^1	...	w_1^K	$a_{1.1}^1$	...	$a_{1.1}^K$	$a_{1,2}^1$	...	$a_{1,2}^K$	...	$a_{1,M}^1$	...	$a_{1,M}^K$
C_2	w_2^1	...	w_2^K	$a_{2,1}^1$		$a_{2,1}^K$	$a_{2.2}^1$	...	$a_{2.2}^K$	...	$a_{2.M}^1$	...	$a_{2.M}^K$
	...			...			...			...	...		
C_N	w_N^1	...	w_N^K	$a_{N,1}^1$	...	$a_{N,1}^K$	$a_{N,2}^1$	...	$a_{N,2}^K$	...	$a_{N,M}^1$	...	$a_{N,M}^K$

В таблица 1.1, експертите от групата са означени чрез E^k, където ($k = 1, 2, \ldots, K$), алтернативите са означени чрез *A-N*, w_N^K е теглови коефициент, който изразява относителна важност на *N*-ия критерий, спрямо гледната точка на *k*-ия експерт, $a_{N,M}^K$ изразява числената оценка на *k*-ия експерт относно *N*-ия критерий на *M*-тата алтернатива.

Приема се, че при крайна цел за максимизиране на резултата от решението по-високата стойност на оценките означава по-добро представяне (известно е че, всяка цел за минимизиране може да се трансформира в цел за максимизиране).

Независимо дали решението се взема от едно лице или от група експерти, предпочитаното решение ще зависи от спецификата на конкретния проблем. Тази специфика определя и стратегията за вземане на решение. Ако е наложително бързо вземане на решение и е налице еднозначна информация, за предпочитане е индивидуалното вземане на решения. В случаите, когато наличната информация е комплексна и изисква многостранна експертиза, вземането на решението ще бъде трудно без участието на всички заинтересовани лица и използването на група от експерти ще бъде по-ефективно [Principles of Management, 2015]. На следваща фигура (Фиг. 1.3) са показани положителните и негативните страни на индивидуалното и груповото вземане на решение [Principles of Management, 2015]:

Индивидуално вземане на решение		**Групово вземане на решение**	
Положителни	**Отрицателни**	**Положителни**	**Отрицателни**
Обикновено по-бързо от груповото вземане на решения	По-малко идеи	Разнообразие от идеи – може да се използват идеите на другите експерти	Отнема повече време
Високо-компетентния експерт обикновено взема по-добро решение от групата	Идентифицирането на най-добрия експерт може да бъде трудно	По-голяма ангажираност към идеите	Може да възникне негативна групова динамика
По-лесно се определя отговорността за взетото решение	Възможно е отлагането на вземането на решения, ако отговорността е индивидуална	Взаимодействието може да подпомага изграждане на екип	По-трудно е да се определи отговорността за решенията

Фиг. 1.3. Положетелни и негативни характеристики на индивидуалното и груповото вземане на решение

1.2. Техники за групово вземане на решиния

Опитът е показал,че много решения в организациите се правят от групи, екипи или комисии, т.е. прилага се групово вземане на решения. То се осъществява чрез различна степен на отговорност. В едната крайност се позиционира консултативното вземане на решения, при което лидерът се консултира с членовете на групата, преди да вземе решение, а в другата крайност се намира демократичното вземане на решения, при което проблемът се задава на групата, а членовете на групата са оправомощени да вземат решението [Lunenburg, 2011]. Ползите от груповото вземане на решения могат да се обобщят като: повече експертни познания за решаването на проблема; разглеждат се по-голям брой алтернативи; окончателното решение е по-добре разбрано и съответно, прието от всички членове на групата; има повече ангажираност сред всички членове на групата, за да подпомогнат ефективното изпълнение на взетото решение [Lunenburg, 2011; Jacobs и др., 2015].

В идеалния случай, в зависимост от спецификата на проблема, размерът на групата не трябва да бъде по-малък от 5 и по-голям от 12 участника [Seijts & Latham, 2000] и членовете трябва да бъдат избрани въз основа на тяхната експертиза, мотивация и способности [Hersey & Blanchard, 2012]. Традиционните модели на ефективността на групата включват създаване на подходящ климат, където подкрепата, ангажираността, целите, наградите, комуникацията и физическото пространство, са синхронизирани, за да позволят на групата да работи в продуктивна атмосфера [Lunenburg, 1983].

Исторически, първите създадени специфични техники за групово вземане на решения се базират на познания в областта на психологията и социологията. Някои от популярните и често използвани техники от този клас са описани в следващите точки.

1.2.1. Техника на мозъчна атака

Техниката на мозъчната атака (*Brainstorming*) има за цел генерирането на подходящи алтернативни решения за опрделен проблем [Osborn, 1957]. Техниката на мозъчната атака включва група от хора, обикновено между пет и десет, генериращи идеи под формата на свободно общуване [Techniques of Group

Decision Making, 2017]. Същественото при тази техника е генерирането на идеи, а не оценка на съществуващи такива. Основната предпоставка се състои във факта, че ако може да бъде генериран голям брой идеи, тогава е твърде вероятно сред тях да има уникално и творческо решение. Основното правило на изпълнението на мозъчната атака е, че никаква идея не трябва да бъде критикувана или оценявана по никакъв начин, колкото и абсурдна или нелепа да изглежда тя. Целта на мозъчната атака е генериране на голямо количество на идеи. Колкото повече идеи има, толкова по-големи са шансовете, да се стигне да добро или най-добро решение. Този процес води до неограничено мислене и може да доведе до генериране на идея, която първоначално е абсурдна или дори смешна, но след осмисляне, да се окаже най-доброто решение на проблема. Всеки участник се насърчава да подобри или да промени предложенията на другите участници.

Технологията на мозъчната атака е много ефективна, когато проблемът е сравнително специфичен и е ясно определен. Един сложен проблем може да бъде разбит на много части и всяка част може да бъде разглеждана поотделно. Процесът отнема много време и е напълно възможно никоя от създадените идеи да не е приемлива. Самият процес е демократичен по своя характер, създавайки интерес сред подчинените и стимулирайки тяхното мислене. Губенето на време може да бъде сведено до минимум, ако членовете на групата бъдат внимателно подбрани, за да разберат проблема и да чувстват, че техният принос към генерирането на идеи ще бъде съществен.

Индивидуална мозъчна атака (*Fishbowling*) – това е друг вариант на мозъчната атака, който е по-структуриран. В тази техника, експертната група за вземане на решения седи около кръг с един стол в центъра на кръга. Един член на групата или ръководителят на групата е поканен да седне в централния стол и да даде мнението си за проблема и предложението му за решение. Другите членове на групата могат да му задават въпроси, но няма безсмислена дискусия или кръстосани разговори. След като членът на централния стол свърши и е убеден, че неговата гледна точка е напълно разбрана, той напуска центъра и се присъединява към групата в кръга. Тогава втори член е поканен да седне в централния стол и да даде своите идеи в светлината на възгледите, изразени по-рано. Членовете могат да задават въпроси въз основа на новите идеи, представени от този член. В

центъра, както и идеите, обсъждани от предишните членове на центъра, продължават, докато столът бъде освободен. Всички обмени трябва да са между центъра и групата и членове на групата не могат да говорят помежду си.

Тази техника води до това, че всеки член подкрепя дискусията и всички членове мислят върху една и съща информация, тъй като всяка идея, предложена от централните членове, е напълно обсъдена и опозната. След като всички експерти изразят своите предложения за решаване на проблема, се обсъждат предложените алтернативи и с консенсус се избира най-подходящата от тях.

1.2.2. Номинална техника

Номиналната техника (*Nominal Technique*) е много подобна на мозъчната атака, но се счита за по-ефективна [Delbecq и др., 1986]. Това се дължи на високо структурирани процедури, използвани за генериране и анализиране на различни идеи и алтернативи. Процесът е подобен на традиционно заседание на комисия, където членовете работят самостоятелно, като създават идеи и записват своите идеи за решаване на проблема, без да се влияят от идеите на другите. Ръководителят на групата (координаторът) събира писмените идеи и ги споделя с групата, след което се обсъждат като всеки участник се насърчава да коментира тези идеи с цел изясняване. След като всички идеи бъдат обсъдени и изяснени, се оценяват техните плюсове и недостатъци и всеки член на групата гласува за всяка идея поотделно, като определя нейния ранг въз основа на поставените изисквания за решението. Избира се идеята с най-висок общ ранг. Тази процедура създава творческа атмосфера, тъй като често участниците работят усилено, за да се отличат в генерирането на идеи в присъствието на други. Тази технология представлява структурирана техника за вземане на решения, широко използвана както в индустрията, така и в академичните среди, като инструмент за подпомагане на процеса на планиране и вземане на решения. Сравнително лесно може да бъде реализарана в уеб-базирана среда [Lago и др., 2007].

1.2.3. “Делфи” техника

Delphi техниката (*Delphi Technique*) е модификация на техниката на мозъчната атака предложена от Dalkey [Dalkey, 1969]. Тя се основава на получените мнения от

експертите, физически разделени един от друг и неизвестни един на друг. Като цяло, проблемите, които разглежда тази техника, не са специфични по характер или свързани с определена ситуация в даден момент. Процесът е по-ангажиран в предсказването и оценяването на въздействието на решението в дадена област. Обикновено се събира група експерти – специалисти в дадена област и от тях се изисква да дадат своите прогнозни мнения за проблем или ситуация, която може да възникне в резултат на решението.

Технологията на Delphi техниката има много вариации, но обикновено се свежда до изпълнението на следните етапи [Lunenburg., 2011].

Етап 1:Организацията идентифицира панел от експерти, както вътре, така и извън организацията, и настоява за тяхното сътрудничество.

Етап 2: Всеки член на панела получава информация за основния проблем.

Етап 3: Всеки отделен експерт независимо и анонимно пише коментари, предложения и решения на проблема.

Етап 4: Тези мнения се събират в определен център и се подготват в подходящ за разпространение вид.

Етап 5: Всеки участник получава копие от всички коментари и решения на другите експерти.

Етап 6: Всеки експерт предоставя обратна информация относно коментарите на останалите членове, генерира нови идеи, стимулирани от коментарите, и ги препраща към центъра.

Етап 7: Етапи 5 и 6 се повтарят до тогава, докато не бъде постигнат консенсус или докато не бъде наложена някаква процедура за гласуване, за да се вземе решение.

Основните цели на Delphi техниката са: 1) Да се определи или развие множеството от възможните алтернативи; 2) Да проучат или изложат основните предположения или информация, водещи до различни преценки; 3) Да се търси информация, която може да генерира консенсус сред членовете на групата; 4) Да се съчетаят информирани преценки по теми, обхващащи широк спектър от дисциплини; 5) Обучение на членовете на групата по отношение на разнообразните и взаимосвързани аспекти на темата.

Едно от основните предимства на Delphi техниката е, че членовете на групата са напълно независими и не са повлияни от мнението на други членове.

Това е ефективен метод за осмисляне на проблема от голям брой експерти. Вземането на решения и членовете не е задължително да присъстват на едно място, т.е. експерт, който е географски разделен, може да допринесе чрез своите мисли и мнения, като се избегнат разходите, свързани с обединяването на тези експерти. Delphi техниката предоставя на заинтересованите, ангажирани с извършването на изследвания, гъвкав и адаптивен инструмент за събиране и анализ на необходимите данни [Hsu & Sandford, 2007].

Основният недостатък на тази техника е, че тя отнема много време и е преди всичко полезна при определянето на широкообхватни и дългосрочни сложни проблеми – напр. бъдещите ефекти от недостига на енергия. Тази техника също елиминира чувството за мотивация, възникващо в група за общуване лице в лице. Разработени са също и варианти на Delphi техниката [Feigenbaum и др., 2014; Di Zio и др., 2017; Wassenaar и др., 2017].

Ringi – Това е един специален тип на Delphi техниката, често използвана в множество японски индустриални и търговски организации [Wolfe, 1992]. Основното предположение се основана на разбирането, че по-голям брой участници при вземането на управленско решение намалява съпротивата срещу неговата реализация. Името на техниката произтича от необходимостта за изготвяне на документ, наречен „рингис”, в който подробно се описва проблема и се предлагат различни решения.

1.2.4. Техника на “адвокат на дявола”

Тази техника (*Devil’s Advocacy*) включва група, която развива солиден аргумент за предлаганото решение, след което решението се подлага на задълбочена формална критика. Критиката поставя под съмнение предположенията и препоръките и се опитва да покаже защо препоръките не трябва да бъдат приети. Чрез многократна критика и преразглеждане, подходът води до взаимно приемане на препоръка за решение [Tung & Heminger, 1993; Schwenk & Valacich, 1994; Villiers и др., 2016].

Въпреки че това е критична техника, след като са определени алтернативни решения на проблема, тя може да се използва и в ранните етапи на процеса на вземане на решения [Lunenburg, 2012].

1.2.5. Техника на дидактическото взаимодействие

Дидактическото взаимодействие е (*Didactic Interaction*) приложимо само в определени ситуации, за които са налични двоични решения (*да се купува или да не се купува)*, и се възлага на група професионалиста да анализират за постигане на консенсус [Herndndez & Garcia, 2008]. Например, решението *да се купува или да не се купува*, е ситуация, която изисква обширно и изчерпателно обсъждане и разследване, тъй като погрешното решение може да има сериозни последици. Групата, която трябва да вземе решението, е разделена на две подгрупи, едната е *да се купува*, а другата – *да не се купува*. Първата група изброява всички *предимства* на своето решение, а втората група изброява всички *недостатъци* на това решение. Двете групи се срещат и обсъждат своите констатации и причините за тях. След изчерпателни дискусии групата променя идеите и се опитва да намери слабост в собствените си оригинални гледни точки. Този обмен на идеи и толерантност и разбиране на противоположната гледна точка води до взаимно приемане на фактите като факти, които съществуват, така че да може да се изгради решение по тези факти и по този начин да се постигне окончателно решение.

1.3. Постановка на задачата за вземане на решения при много атрибути

Вземането на решения при наличие на много атрибути (MADM) е един от най-използваните раздели от по-общия клас *изследване на операциите* [Triantaphyllou и др., 1998]. Основна характеристика на MADM е, че пространството на решенията е дискретно [Zavadskas и др., 2014; Hwang & Yoon, 1981]. Множеството атрибути при всеки MADM проблем, представляват характеристики (параметри) на алтернативите на решения, като често атрибутите се наричат и "критерии за вземане на решение". Те изпълняват ролята на индикатори за оценка на зададеното множество от алтернативи [Zanakis и др., 1998]. Повечето от методите на MADM изискват към атрибутите да бъдат определени съответни тегла, изразяващи важността на отделните критерии. Като основа за постановка на задачата за вземане на решение при много атрибути може да се използва матрицата за вземане на решения A (n x m), както е показано в Таблица 1.2 [Rao, 2007; Jahan &Edwards, 2015]:

Таблица 1.2. Матрица за вземане на решения

Алтернативи	**Критерии /Атрибути**					
	C_1 (w_1)		**C_2 (w_2)**		**.....**	**C_n (w_n)**
A_1	a_{11}		a_{12}			a_{1n}
A_2	a_{21}		a_{22}			a_{2n}
A_3	a_{31}		a_{32}			a_{3n}
....	...		...			...
A_m	a_{m1}		a_{m2}			a_{mn}

Използваните означиния в Таблица 1.2 са както следва: m е брой на зададените алтернативите, n е брой на атрибутите(критериите), по които ще се оценява всяка от алтернативите, w_n са теглови коефициенти, изразяващи относителната важност между критериите, а a_{mn} представлява оценката за m-тата алтернатива спрямо n-тия критерий.

При моделирането на реални проблеми, могат да се разграничат три основни формулировки на задачите на вземане на решения при много атрибути [Roy, 1996]:

- задача за избор на най-добрата алтернатива в съответствие с предпочитанията на ЛВР,
- задача за класиране на всички алтернативи в низходящ или възходящ ред,
- задача за сортиране на алтернативите, основаващо се на класификация на алтернативите спрямо предварително определени категории, дефинирани от ЛВР.

При вземането на решения могат да се използват различни стратегии, за да намери най-добрия избор сред алтернативите. Тези стратегии често се описват като компенсаторни или некомпенсаторни [Lee & Anderson, 2009]. Компенсаторните стратегии за вземане на решения са базирани на функция на полезност на атрибутите [Keeney & Raiffa, 1993; Zeleney, 1976] и се основават на максимизиране на полезността. При това, отрицателна стойност на един атрибут може да бъде компенсирана от равна или по-висока положителна стойност на друг атрибут. Например, високият наем (отрицателен атрибут) за един апартамент може да бъде компенсиран от по-доброто местоположение (положителен атрибут) на този апартамент.

За разлика от компенсаторните стратегии, некомпенсаторните стратегии прилагат евристика за по-бързо оценяване на алтернативите с минимални усилия и с приемливи загуби на точност [Lee & Anderson, 2009].

По отношение на представените класификации, дисертационният труд се концентрира върху проблемите, свързани с избор на алтернатива и сортиране на алтернативите, както и върху методите, базирани на компенсаторната стратегия за вземане на решения.

1.3.1. Техники за нормализация на данните

Нормализирането на данните е от съществено значение за всички видове проблеми при вземането на решения, за да се гарантира, че получаваните безразмерни единици могат да бъдат използвани за формиране на обобщена оценка. Така получената обобщена оценка за алтернативите по конкретния проблем за веземане на решение може да бъде използвана за избор или сортиране на алтернативите. Нормализиранта стойност на атрибутите $(a_{ij})_{norm}$, по които се оценяват алтернативите, се определя в зависимост от това дали се търси максимизация или минимизация на полезността по даден атрибут. Различни схеми за нормализация на данните могат да бъдат използвани [Yoon & Hwang, 1995, Geldermann & Schobel, 2011; Zavadskas и др., 2012; Jahan & Kevin, 2015; Vafaei и др., 2015]:

- за линейна нормализация:

(1.1a) $$(a_{ij})_{norm} = \frac{a_{ij}}{a_{ij}^{\max}}$$ – за максимизиращите атрибути

(1.1b) $$(a_{ij})_{norm} = \frac{a_{ij}^{\min}}{a_{ij}}$$ – за минимизиращите атрибути

- за max-min нормализация:

(1.2a) $$(a_{ij})_{norm} = \frac{a_{ij}^{\max} - a_{ij}}{a_{ij}^{\max} - a_{ij}^{\min}}$$ – за максимизиращите атрибути

(1.2b) $$(a_{ij})_{norm} = \frac{a_{ij} - a_{ij}^{\min}}{a_{ij}^{\max} - a_{ij}^{\min}}$$ – за минимизиращите атрибути

- за векторна нормализация:

(1.3a) $$(a_{ij})_{norm} = 1 - \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^2}}$$ – за максимизиращите атрибути

(1.3b) $$(a_{ij})_{norm} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^2}}$$ – за минимизиращите атрибути

където (a_{ij}) е мярката на *i*-ия атрибут за *j*-тата алтернатива, $(a_{ij})^{max}$ е мярката на атрибута, имаща най-голяма стойност между атрибутите на всички разглеждани алтернативи, а $(a_{ij})^{min}$ е мярката на атрибута, имаща най-малка стойност между атрибутите.

Техниките за нормализация (1.1a) и (1.1.b) не са симетрични и нормализираните стойности на данните са по-ниски за критериите, отнасящи се за ползите и по-високи за критериите, касаещи разходите. Техниките за нормализацията от вида (1.2a) и (1.2.b) осигуряват размерност на данните в интервала от 0 до 1. Техниките за векторна нормализация (1.3a) и (1.3.b) са изчислително ефективни и симетрични относно нормализираните данни.

1.4. Модели за решаване на задачите за вземане на решения при много атрибути

За решаването на проблемите, свързани с вземането на решения при много атрибути са разработени различни подходи и модели. Те могат да бъдат групирани в три отделни класа [Fulop, 2005; Vincke, 1992]:

- методи базирани на теорията за многоатрибутната полезност (MAUT)
- аутранкиращи методи (Outranking)
- интерактивни методи.

Всеки един от тези класове има своите предимства и недостатъци, които са свързани главно с начините за извличане на информация от ЛВР по отношение на неговите локални и глобални предпочитания.

Теорията за многоатрибутната полезност се използва за създаването на модели за вземане на решения. По същество, MAUT предоставя рамка, чрез която могат да се комбинират множество цели, подпомагащи процеса на вземане на

решения [Dyer, 2005]. Същността на тези методи, се състои в обединяването на различните критерии (атрибути) във функция, която се максимизира. Тази теория позволява компенсация между критериите, т.е. печалбата от един критерий може да компенсира загубата при друг [Keeney & Raiffa, 1993] и води до по-опростени модели за избор [Kleijnen, 1980; Garmabaki и др., 2016]. Методите, основани на многоатрибутната теория, позволяват да бъде избрана най-добрата алтернатива от дискретно множество с различни алтернативи. Приложението на тези методи е в широк кръг от области, включващи енергетика, производство и услуги, обществена политика, здравеопазване [Diaby и др., 2013] и т.н.

Функцията на полезност при наличието на много атрибути има следното представяне:

(1.4) $$U(x_1, x_2, ..., x_n) = f[u_1(x_1), u_2(x_2), ..., u_n(x_n)] = \sum_{i=1}^{n} w_i u_i(x_i),$$

където U е многоатрибутна функция на полезност за всички функции; $u_i(x_i)$ е единичната функция на полезност, измерваща полезността на i-ия атрибут; x_i е нивото на i-ия атрибут, а w_i представляват теглата на относителната важност на отделните функции на полезност и $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

Максимизирането на тази функция позволява да се определи най-добрата алтернатива, вземайки предвид всички атрибути. За целта се използват различни методи, най-известните от които са описани в следващите раздели: метод на претеглената сума, SMART метод, метод на претегленото произведение, аналитичен йерархичен процес, аналитичният мрежови процес, метод TOPSIS, метод VIKOR, аутранкиращи методи ELECTRE и PROMETHEE, както и интерактивните методи.

1.4.1. Модел на претеглената сума

Моделът на претеглената сума (*Simple Additive Weighting – SAW*) е известен също като претеглена линейна комбинация или метод на точкуване (scoring method). Това е най-старият и практически най-широко използван подход за вземането на решения при много атрибути [Triantaphyllou, 2000; Hwang & Yoon, 1981; Chu и др., 2007; Jakimavicius & Burinskiene, 2009; Zavadskas и др., 2007; Podvezko и др., 2010; Sivilevicius и др., 2008]. При този подход, зададен брой алтернативи се оценяват спрямо предварително определен брой критерии, на които са присвоени

съответни тегловни коефициенти, изразяващи тяхната важност [Afshari и др., 2010; Ginevicius & Podvezko, 2008]. За целта се определя претеглената средна стойност за всяка алтернатива. Тя се изчислява, като се умножи тегловия коефициент на всеки критерий с оценката на алтернативата спрямо този критерий и се определят общите оценки за всяка от алтернативите A_i [Triantaphyllou, 2000]:

(1.5) $$A^*_{WSM} = \max \sum_{j=1}^{n} w_j a_{ij},\ for\ \ i = 1,2,...,m$$

(1.6) $$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

където m е броя на алтернативите, n е броя на критериите, w_j определя относителното тегло на важността на критерия C_j, a_{ij} е стойността на оценката за i-тата алтернативата спрямо j-ия критерий.

В случая на максимизация на функцията (1.5), най-добрата алтернатива ще е тази, която има максимална стойност за оценка по всички критерии [Fishburn, 1967].

Трябва да се отбележи, че този метод е приложим в само в случаите, когато данните за оценяваните алтернативи по зададените критерии са изразени чрез еднотипна размерност. В противен случай, всички елементи от матрицата в Таблица 1.2 е необходимо да се нормализират и (1.5) ще има вида:

(1.7) $$A_i^{score} = \max \sum_{i=1}^{n} w_j \left(a_{ij}\right)_{norm},\ \ i = 1.,,,,m$$

Нормализиранта стойност $(a_{ij})_{norm}$ се определя в зависимост от това дали се търси максимизация или минимизация на полезността по даден атрибут като се използват някои от схемите за нормализация, описани в т. 1.3.1.

Съществуват и модификации на този модел, описани в [Miljkovic и др., 2017].

1.4.2. Модел на SMART

Ако ограничението за тегловите коефициенти (1.6) бъде премахнато, то моделът на претеглената сума се трансформира в модел SMART (*Simple multi-attribute rating technique*) [Fulop, 2005]. При модел на SMART критериите и алтернативите се оценяват с пряко точкуване, като мащабът обикновено е в интервала между 0 и 100. Стойност 0 означава, че алтернативата няма никаква полза, докато стойност 100 означава, че алтернативата е идеалната по отношение на конкретния

критерий. Тази оценка включва всички критерии за едни и същи единици и следователно позволява да бъдат обобщени всички частични резултати в един общ резултат. За тази агрегация теглата на критериите имат мащаб от 0 до 100. Оценките за всички критерии се обобщават в един общ резултат чрез следното представяне [Edwards, 1977]:

(1.8) $$A_i^{score} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_j \left(a_{ij}\right)_{norm}}{\sum_{i=1}^{n} w_j}$$

Използването на този подход, позволява лошият резултат за един критерий да бъде компенсиран с добър резултат за друг критерий [Ishizaka & Siraj, 2018]. Освен представения модел за оценка на алтернативите (1.8), Edwards предлага също така и метод за оценка на теглата за всеки от критериите, така че да взема предвид относителната им важност към крайното решение [Edwards, 1977]. Предимство на модела SMART е простотата на приложение и използването му, както и възможността за използване на различни техники при определяне на теглата на атрибутите (абсолютни, относителни и т.н.) [Velasquez & Hester, 2013]. Поради това намира различни приложения като избор на най-добрия spiker of World Grand Prix [Chen и др., 2014,], избор на решение за внедряване на възобновяеми източници на енергия [Taylor Jr & Love, 2014] и др.

Реализирането на модела на SMART [Edwards, 1971; Goodwin & Wright, 2014; Olson, 1996] се осъществява като последователно се изпълняват следните стъпки:

Стъпка 1: Определяне на лицето/лицата, вземащи решение;

Стъпка 2: Определяне на проблема;

Стъпка 3: Определяне на алтернативните решения;

Стъпка 4: Определяне на критериите;

Стъпка 5: Присвояване стойности на всеки критерий;

Стъпка 6: Определяне на коефициенти за важността на всеки критерий;

Стъпка 7: Нормализиране на коефициентите за важността на критериите (сумата им да бъде равна на 1.0);

Стъпка 9: Определяне на полезността на алтернативите чрез функцията:

(1.9) $$U_i = \sum_j w_j a_{ij}$$

където U_i е стойността на полезност за *i-мата* алтернатива, w_j е нормализирания коефициент за *j-ия* критерий, a_{ij} е стойност за *i-мата* алтернативата спрямо *j-ия* критерий и $\sum_j w_j = 1$;

Стъпка 10: Вземане на решение – ако трябва да се избере една алтернатива, то това ще е алтернативата с максималната стойност на функцията на полезност. Ако има ограничения на бюджета, алтернативите се класират спрямо отношението U_i/C_i където C_i са разходите за *i*-тата алтернатива.

1.4.3. Модел на претегленото произведение

Моделът на претегленото произведение (*Weighted Product Model – WPM*) е популярен подход за вземане на решения при много атрибути, който е подобен на модела на претеглена сума (WSM). Различието е, че в основната математическа операция вместо събиране се използва умножение [Mateo, 2012]. Както при другите подходи за решаване на задачите на при много атрибути, така и при този модел броят на алтернативите *m* е известен, и те се оценяват спрямо определен брой от *n* критерия, където относителната важността за всеки от критериите C_j е представена чрез коефициенти w_j, а a_{ij} е стойността на оценката за алтернативната A_i, по критерий C_j. Ако приемем, че всички критерии са критерии за полза, т.е. колкото по-високи са стойностите, толкова е по-добре и сравняването на две алтернативи A_K и A_L се реализира чрез изчисляване на произведението [Triantaphyllou, 2000] [Triantaphyllou & Mann, 1989]:

(1.10) $$R\left(\frac{A_K}{A_L}\right) = \prod_{j=1}^{N}\left(\frac{a_{Kj}}{a_{Lj}}\right)^{w_j}$$

Ако съотношението $R(A_K/A_L)$ е по-голямо или равно на 1, това означава, че алтернативната A_K е по-добра от алтернативната A_L (в случая на максимизиране). Ако се интересуваме от определянето на най-добрата алтернатива, това ще е тази алтернатива, която е по-добра от или най-малко равна на всички други алтернативи.

Моделът на претегленото произведение често се нарича безразмерен анализ, защото неговата математическа структура елиминира всички мерни единици. Предимство на този модел е и факта, че вместо реалните стойности

може да се ползват относителни такива, получени чрез следната нормализация [Triantaphyllou & Mann, 1989]:

(1.11) $$\frac{a_{Kj}}{a_{Lj}} = \frac{a_{Kj} / \sum_{i=1}^{n} a_{Ki}}{a_{Lj} / \sum_{i=1}^{n} a_{Li}} = \frac{a^*_{Kj}}{a^*_{Lj}}$$

където относителната стойност в (1.11) е означена с a^*_{Kj}.

Един алтернативен подход при метода на претегленото произведение е използването само на произведението от оценките, без съпоставянето им като отношение с цел сравняване на алтернативите. В този вариант оценяването на полезността на всяка от алтернативите се представя чрез модификация на формула (1.10) по следния начин [Triantaphyllou и др.,1998]:

(1.12) $$R(A) = \prod_{j=1}^{n} (a_{ij})^{w_j}, i = 1,...,m$$

След като се получат оценките за всички алтернативи, тази, която има най-голяма стойност се определя като най-добрата алтернатива.

1.4.4. Аналитичен йерархичен процес

Аналитичният йерархичен процес (*Analitic Hieararchy Process – AHP*) е теория на относителното измерване с абсолютни скали на материални и нематериални критерии въз основа на преценката на експерни, предложен от Saaty [Saaty, 1980]. Идеята на AHP е, ЛВР да определи теглови коефициент за всеки критерий на базата на сравнения на критериите по двойки, като се използва фундаментална скала за оценка на критериите, предложена от Saaty [Saaty, 1996]. Колкото теглото е с по-голяма стойност, толкова по-важен е съответния критерий. След това, за всеки критерий ЛВР присвоява точки на отделните алтернативи отново на база на сравнение на алтернативите по двойки и влиянието им върху съответния критерий. По-високата стойност на присвоените точки означава по-добро представяна на алтернативата спрямо дадения критерий. Глобалните точки за всяка алтернатива е претеглена сума на точките й спрямо всички критерии.

Таблица 1.3. Скала за оценка на критериите при AHP

Степен на важност	Определение	Обяснение
1	Еднаква важност	И двата критерия имат равни приноси към постигането на общата цел
3	Слаба важност	Опитът и оценките показват, че единият от критериите е малко по-важен от другия
5	Съществена или силна важност	Опитът и оценките показват, че единият от критериите е значително по-важен от другия
7	Значителна или демонстративна важност	Един от критериите значително е по-доминиращ - демонстрирано в практиката
9	Абсолютна важност	По-голямата важност на единия критерий не подлежи на никакво съмнение
2, 4, 6, 8	Междинни стойности между две съседни оценки	Използват за изразяване на компромиси между изброените по-горе приоритети

Накрая алтернативите се подреждат по получените стойности. По този начин, проблемът с множество критерии се структурира йерархично като се разбива на по-малки последователни проблеми [Saaty, 1987], като се използва адитивна функция на полезност.

1.4.5. Аналитичен мрежови процес

Аналитичният мрежови процес (*Analytic network process – ANP*) е по-обща форма на AHP, използвана при многокритериалното вземане на решения [Saaty & Vargas, 2013]. AHP структурира проблема за вземане на решения в йерархия, докато ANP структурира проблема като мрежа. След това и двата подхода използват система от сравнения по двойки за измерване на теглата на компонентите на структурата и накрая класират алтернативите.

Алгоритъмът за реализиране на ANP се основава на процедура, състояща се от следните стъпки [Saaty, 2012; Coulter & Sarkis, 2009; Chung и др., 2005; Satty, 1996].

Стъпка 1: Моделиране на проблема като йерархия, която включва обща цел, критерии, подкритерии, алтернативи, като броят на различните нива варира в зависимост от сложността на проблема и броя на факторите, които трябва да бъдат взети предвид.

Стъпка 2: Установяване на приоритети между елементите на йерархията. Това се постига чрез сравняване по двойки от лицето вземащо решение, което определя приоритетите на отделните елементи и сравнява двойки елементи на

ниво йерархия по отношение на елемент от горното ниво, като се позовава на тяхното значение по отношение на определена мярка или фактор (Например, при сравняване на потенциални покупки на търговски недвижими имоти, инвеститорите биха могли да кажат, че предпочитат местоположението над цената и цената по време).

Стъпка 3: Синхронизиране на тези преценки, за да се определи набор от общи приоритети за йерархията. (Това би съчетало преценките на инвеститорите относно местоположението, цената и графика за имоти A, B, C и D в общите приоритети за всеки имот).

Стъпка 4: Проверка на последователността на преценките.

Стъпка 5: Достигане до окончателно решение, основано на резултатите от описания процес.

Съществуват софтуерни продукти (*Super Decisions*), които реализират AHP и ANP за подпомагане вземането на решения чрез тези методи [https://www.superdecisions.com/].

1.4.6. Модел на TOPSIS

TOPSIS (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) е компенсаторен подход, предложен първоначално от Hwang и Yoon [Hwang & Yoon, 1981]. Моделът е доразвит по-късно от Yoon [Yoon, 1987] и Hwang, Lai, и Liu [Hwang и др., 1993]. Компенсаторният модел TOPSIS позволява да се направят компромиси между критериите, при които един лош резултат в един критерий може да бъде пренебрегнат от добрия резултат в друг критерий. Това осигурява по-реалистична форма на моделиране, отколкото не-компенсаторните методи, които включват или изключват алтернативни решения, базирани на твърди ограничения. Концепцията на TOPSIS се основава на факта, че избраната алтернатива трябва да има най-късо геометрично разстояние от положителното идеално решение и най-дълго геометрично разстояние от негативното идеално решение [Assari и др., 2012]. TOPSIS сравнява набор от алтернативи чрез идентифициране на теглата за всеки критерий, нормализиране на резултатите за всичките критерии и изчисляване на геометричното разстояние между всяка алтернатива и идеалната алтернатива, представляваща най-добрият резултат за всеки от критерийте. Основно предположение за използването на метода TOPSIS, е предположението,

че критериите са монотонно увеличаващи се или намаляващи. При този метод също се изисква нормализация, тъй като параметрите или критериите често са с несъвместими мерни единици при многокритериални проблеми [Zavadskas и др., 2006].

Алгоритъмът за реализирането на TOPSIS се постига чрез изпълняването на следните процедурни стъпки [Garcia-Cascales & Lamata, 2012; Kaliszewski & Podkopaev, 2016]:

Стъпка 1: Създаване на матрица за ефективност посредством оценките a_{ij}, изразяващи стойностите на ефективността на алтернативите по отношение на зададените атрибути/критерии.

Стъпка 2: Нормализиране на създадената матрица за вземане на решение (алтернативи в редовете и критерии в колоните). Въпросът за нормализирането в TOPSIS е добре описан в литературата [Milani и др., 2005].

Стъпка 3: Изчисляване на претеглената нормализирана матрица на решенията.

Стъпка 4: Определяне на положителните и отрицателните идеални решения.:

Стъпка 5: Изчисляване на разстоянията от всяка алтернатива до положителното и отрицателно идеални решения.

Стъпка 6: Изчисляване на относителната близост до идеалното решение.

Стъпка 7: Класиране на алтернативите.

1.4.7. Модел на VIKOR

Моделите за вземане на решение при много критерии, като VIKOR (*VIseKriterijumska Optimizacija i Kompromisno Resenje*) и TOPSIS, се основават на агрегираща функция, представяща близостта до идеала [Opricovic & Tzeng, 2004]. Агрегиращата функция на модела на VIKOR, представлява разстоянието от идеалното решение, вземайки предвид относителната важност на всички критерии и баланса между общото и индивидуалното удовлетворение [Opricovic & Tzeng, 2004]. При VIKOR се използва линейната нормализация, която елиминира размерностите на функциите на критериите и нормализираните стойности не зависят от единицата за оценка на даден критерий. Моделът на VIKOR определя компромисно решение, осигуряващо максимална “групова полезност” за

“мнозинството” и минимална полезност за “опонента”. Един систематичен анализ на приложението на VIKOR е представен в [Mardani и др., 2016]. Моделът на VIKOR се фокусира върху класирането и избора от набор от алтернативи при наличието на противоречиви критерии. При него се въвежда индекс за класиране, основаващ се на конкретната мярка за “близост” с “идеалното” решение. Този подход намира различни приложение при избора на персонал [El-Santawy, 2012], при избора на напоителни системи [TZIMOPOULOS и др., 2013], избора на материал за ремонт на структурни бетони [Kiania и др., 2018], избор на магнезиева сплав, подходяща за автомобилни приложения [Sasanka & Ravindra, 2015] и др.

1.4.8. Аутранкиращи методи ELECTRE и PROMETHEE

Аутранкиращите методи са базирани на предположението, че съществува ограничена сравнимост между алтернативите. Типични представители на този клас методи са фамилията методи ELECTRE [Figueira и др., 2016; Figueira и др., 2013] и методите PROMETHEE [Behzadian и др., 2010]. Тези подходи и по-специално семейството на методите ELECTRE (*ELimination Et Choix Traduisant la REalité (ELimination and Choice Expressing REality)*), продължават да бъдат популярна научноизследователска област в рамките на MCDA.

Методът ELECTRE е предложен за първи път от Bernard Roy през 1965 [Roy, 1968]. Фамилията на методите ELECTRE включва ELECTRE I, ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE IV, ELECTRE IS и ELECTRE TRI [Govindan & Jepsen, 2016]. Има два основни момента при прилагането на ELECTRE: 1) цялостно сравняване на всяка двойка алтернативи; 2) препоръките, получени в първата фаза се използват, за да отхвърлят някои алтернативи на разглеждания проблем, които са неприемливи. Естеството на препоръката зависи от разглеждания проблем за избор, за класиране или за сортиране. След това може да се използва друг метод на MCDA, за да се избере най-добрата от оставащите алтернативи. Това осигурява предимство, изразяващо се в използването на друг метод с ограничен набор от алтернативи, спестявайки много време. Критериите в методите ELECTRE имат два отделни набора от параметри: коефициенти на важност и прагове за отхвърляне.

Фамилията PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*) включва PROMETHEE I, PROMETHEE II, GAIA, PROMETHEE V, PROMETHEE VI и е също от семейството на аутранкиращите методи [Brans &

Mareschal, 2005]. Предложеният от Brans (1982) и допълнен от Vincke и Brans (1985) метод PROMETHEE, касае класиране на краен набор алтернативи, според определени критерии, които често са противоречиви. Процедурните стъпки за прилагане на PROMETHEE II са както следва [Behzadian и др., 2010]:

Стъпка 1: Определяне на отклоненията чрез сравняване по двойки:

$$d_j(a,b) = g_j(a) - g_j(b)$$

където с $d_j(a,b)$ е означена разликата между оценките на *a* и *b* за всеки критерий.

Стъпка 2: Използване съответната функция за преференция

$$P_j(a,b) = F_j[\mathrm{d_j}(a,b)]$$

където $P_j(a,b)$ означава предпочитанието на алтернатива *a* спрямо алтернатива *b* за всеки критерии като функция на $d_j(a,b)$.

Стъпка 3: Изчисляване на индекса на глобалните предпочитания

$$\forall a,b \in A, \qquad \pi(\mathrm{a},\mathrm{b}) = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{k}} \mathrm{P_j}\,(\mathrm{a},\mathrm{b})\mathrm{w_j}$$

където $\pi(a,b)$ за *a* и *b* (от 0 до 1) се определя като претеглена сума $p(a,b)$ за всеки критерии и w_j е теглото, асоциирано с *j*-ия критерий.

Стъпка 4: Изчисляване на аутранкинг потоците

$$\phi^{+}(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{x\in A}\pi(a,x) \qquad \text{и} \qquad \phi^{-}(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{x\in A}\pi(a,x)$$

където с ϕ^{+}(a) и ϕ^{+}(a) са означени позитивния и негативния аутранкиращ поток за всяка алтернатива.

Стъпка 5: Изчисляване на общите аутранкиращи потоци

$$\phi(a) = \phi^{+}(a) - \phi^{-}(a)$$

където ϕ (a) означава общия аутранкиращ поток за всяка алтернатива.

Като продължение на фамилията методи PROMETHEE може да се разглежда и методът GAIA (*Geometrical Analysis for Interactive Aid*). Той може да бъде описан като графичен анализ на многокритериалните задачи [Kocmanova и др., 2013]. VPSolutions предлага софтуер Visual PROMETHEE, разработен с подкрепата на авторите на методологията PROMETHEE & GAIA (http://www.promethee-gaia.net/).

Съществуват и други аутранкиращите методи освен ELECTRE и PROMETHEE като QUALIFLEX, REGIME, ORESTE, ARGUS, EVAMIX, TACTIC и MELCHIOR, които предлагат дефиниции и изчисления на конкретни двоични ралации, повече или по-малко свързани с основната идея на оригиналните методи ELECTRE [Figueira и др., 2005].

1.4.9. Интерактивни методи

Интерактивните методи са ориентирани към решаването на задачи на многокритериалния анализ, когато са зададени голям брой алтернативи и малък брой критерии. Интерактивните методи за решаване на този тип задачи водят до получаване на т. нар. Парето-оптимално решение. Парето-оптималността се използва, за да се опише набор от възможности за избор, известни като Парето-множество или Парето-фронт. Решението в този случай може да се разглежда по-скоро като концепция, отколкото като дефиниция. Това се дължи на факта, че не съществува едно глобално решение и често е необходимо да се определи набор от решения, които да удовлетворяват предварително зададеното определение за оптималност. Концепцията за определянето на оптимална точка е Парето-оптималността, която се определя като [Marler & Arora, 2004].

Парето-оптимално решение [Marler & Arora, 2004]: Една точка $x^* \in X$, е Парето-оптимална ако не съществува друга точка $x \in X$ такава, че $F(x) \leq F(x^*)$, и $F_i(x) < F_i(x^*)$ за поне една функция. С други думи, една точка е Парето-оптимална, ако няма друга точка, която да подобрява поне една целева функция, без да влошава друга целева функция.

Слабо Парето-оптимално решение [Marler & Arora, 2004]: Една точка $x^* \in X$, е слабо Парето-оптимална, ако няма друга точка $x \in X$, такава, че $F(x) < F(x^*)$, т.е. една точка е слабо Парето-оптимална, ако няма друга точка, която да подобрява всички целеви функции едновременно. Парето-оптималните точки са слабо Парето-оптимално, но слабо Парето-оптималните точки не са Парето-оптимални.

Основните представители на този клас се основават на скаларизационен подход, при които първоначалната формулировка на многокритериалната задача се трансформира в една или няколко еднокритериални оптимизационни задачи. Основната идея на скаларизиращата трансформация е, че всяко Парето-оптимално решение на многокритериалната задача може да бъде получено като оптимално решение на еднокритериална задача. За се разглежда тази еднокритериална задача като скаларизираща задача на първаначалната многокритериална задача, е

необходимо да са изпълнени следните изисквания [Genova и др., 2013; Eichfelder, 2008]:

- чрез промяна на стойностите на параметрите на скаларизиращата задача трябва да може да се намери всяко възможно Парето-оптимално решение на многокритериалната задача;
- за всяко Парето-оптимално решение на многокритериалната задача трябва да могат да се намерят подходящи стойности на параметрите на скаларизиращата задача, така че нейното оптимално решение да е точно това Парето-оптимално решение на многокритериалната задача.

Формирането на крайното решение зависи от интерактивното взаимодествие ЛВР и неговите предпочитанията в процеса на решаване на многокритериалната задача.

Основните етапи при интерактивните методи могат да се представят чрез следната последователност:

Етап 1. Намиране на начално решение.

Етап 2. Ако решението удовлетворява ЛВР, процесът на избор на решение приключва, в противен случай следва преминаване към Етап 3.

Етап 3. Промяна на някои от параметрите на скаларизиращата задача и отново решаване на задачата, и преминаване към Етап 2.

По своята същност, интерактивните методи се различават в зависимост от: 1) вида на задаваната информация от ЛВР; 2) вида на получаваната информация за ЛВР и 3) вида на скаларизиращата задача. Скаларизиращите задачи са основата, върху която са разработени различни интерактивни методи на многокритериалната оптимизация [Narula & Vassilev, 1994; Miettinen & Makela, 2002].

Като разновидност на интерактивните методи може да се разглежда и представените три мнокоритериални модела за проектиране на икономически клъстери [Radeva, 2013]. Съществена особеност е, че всеки модел използва резултатите от предишния, което позволява поетапна оценка, подреждане и подбор на групи от икономически агенти и алтернативи по предварително определена технологична мрежа.

Характерно за йерархичните системи е итеративният обмен на данни между йерархичните нива, които решават ваимосвързани оптимизационни задачи,

[Stoilov & Stoilova, 2012]. Тези системи изискват прилагане на методите за декомпозиция и координация в йерархични системи [Stoilova & Stoilov, 2011]. Наличието на итеративност забавя получаването на крайното оптимолно решение, поради което този клас модели са приложими за off-line вземане на решения [Stoilov и др., 2015].

Предложен е и сравнително нов подход за вземане на решения наречен InterCriteria Analysis [Angelova и Pencheva, 2019; Roeva и др., 2016; Atanassov и др., 2015]. Този подход разглежда масиви от данни, получени чрез измерване на много обекти по много критерии, които се обработват до изчисляване на корелациите за всяка двойка критерии под формата на интуиционистични размити двойки от стойности в интервал [0; 1]. Подходът отчита несигурността, позволява обработването на масиви с липсващи данни и обработва както числови данни, така и лингвистични променливи с въведено подреждане.

1.5. Вземане на решения в условия на неопределеност

Проблемите в реалния живот и човешката преценка в повечето случаи са неясни и и не могат да бъдат представени чрез фиксирани стойности. Поради това е необходимо да бъдат използвани различни подходи за преодоляване на подобни състояния. Един от възможните подходи е използването на теорията на размитите множества в комбинация с многокритериално вземане на решения [Peneva & Popchev, 2009; Peneva & Popchev, 2010] или използването на симулационният метод на Monte Carlo [Kolios и др., 2016].

По време на процеса на вземане на решение трябва да се анализират набор от различни алтернативи с много различни вероятни последици, т.е. наличие на неопределеност при вземането на решения. При вземането на решения в условия на неопределеност се предполага, че ЛВР има представа за целите, които трябва да бъдат постигнати, но информацията за алтернативите и за бъдещите събития е непълна.

В процеса на вземане на решения, предпочитанията на ЛВР могат да се представят чрез функция на полезност $f(a)$ върху множество от алтернативи $A = \{a_1, a_2,\ldots,a_m\}$ при различни състояния $S = \{s_1, s_2,\ldots,s_n\}$. Оптималната стойност на тази

функция на полезност за определеното множество от алтернативи a_i (i = 1, 2, ..., m) се получава по следния начин [Borissova & Mustakerov, 2013]:

(1.13) $$A_{opt} = \max f(A_i)$$

при ограничения

(1.14) $$A = \{A_1, A_2,\ldots,A_m\}$$

(1.15) $$S = \{S_1, S_2,\ldots,S_n\}$$

където: A е множеството от анализирани алтернативи, а A_{opt} е оптималната алтернатива.

Като се приеме, че ЛВР може да оцени полезността E_{ij} на отделните алтернативи $A = \{A_1, A_2,\ldots,A_m\}$, в някакви условни единици, то могат да се използват някой от известните подходи, базирани на принципите на Валд, Сейвидж, Лаплас, или Хурвиц [Vemic, 2017].

1.5.1. Принцип на Валд

Принципът на Валд е основан на песимистична гледна точка и на консервативната умереност. Състои се в това, че за която и да е от избраните стратегии, обективните обстоятелства ще представят винаги най-неблагоприятното състояние. За всяко алтернативно решение A_i (i = 1, … ,m) може да се определи най-лошия изход, изчислен чрез min E_{ij} (j = 1, … ,n). Принципът на Валд определя като оптимално решение, това за което величината min E_{ij} (j = 1, … ,n) е максимална [Harrell, 2015; Pawitan, 2013]:

(1.16) $$A_{opt} \Rightarrow \max \min E_{ij}\ (i=1,2,\ldots,m),\ (j=1,2,\ldots,n)$$

Този принцип, наричан още най-добрият от лошите, се определя като презастрахован или песимистичен и се използва, когато на околната среда се гледа като на активен злонамерен противник.

1.5.2. Принцип на Сейвидж

Принципът на Сейвидж се определя също като принцип на крайния песимизъм, при който се цели да се сведат до минимум възможните загуби, т.е. търси се най-малка загуба на ефективност. Под загуби се имат предвид загубите, в резултат на пропуснати възможности, които се изчисляват по формулата:

(1.17) $R_{ij} = |E_{ij} - max\ E_{ij}|$

т.е. за всяка загуба се намират най-благоприятните решения и неговото значение се изважда от всичките елементи на стълба, съответстващ на това състоянието на средата. Оптимална ще бъде минималната стойност на загубите R_i сред всички алтернативи, т.е.

(1.18) $A_{opt} => min\ max\ R_{ij}\ (i=1,2,\ldots,m),\ (j=1,2,\ldots,n)$

Според този критерий, в условията на неопределеност би било добре да се избира тази стратегия, при която загубата има най-малка стойност в най-неблагоприятната ситуация.

1.5.3. Принцип на Лаплас

В основата на принципа на Лаплас стои предположението, че ако няма информация за определяне на едно състояние като по-вероятно от друго, то оптималното решение може да се определи по формулата [Wu и др., 2017]:

(1.19) $$A_{opt} => max_i \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{E_{ij}}{n} \right)$$

Според този принцип се приема, че всички възможни състояния са равновероятни тогава, когато не е налична друга информация.

1.5.4. Принцип на Хурвиц

Принципът на Хурвиц е един от класическите принципи, прилагани при вземането на решения в условията на неопределеност, който позволява да се намери оптимална стратегия [Gaspars-Wieloch, 2014]. По същество, принципът на Хурвиц представлява опростен вариант на принципа на Лаплас. При известни вероятности на отделните състояния, взема се средно-аритметичното на резултатите от най-добрите решения [Schniederjans и др., 2010]. Този принцип отчита както минималните, така и максималните ползи (съответно $min\ E_{ij}$ и $max\ E_{ij}$), а оптималното решение се определя по формулата:

(1.20) $A_{opt} => max\ \{\alpha\ max\ E_{ij} + (1 - \alpha) min\ E_{ij}\}$

където: α е коефициент на оптимизъм ($0 < \alpha < 1$).

При стойност на коефициента α = *0* средата се разглежда като напълно антагонистична, α = *0.5* съответства на равностойна среда (нито антогонистична, нито дружелюбна). При стойност α = 1 средата съответства на максимално благоприятна. При α = 1, принципът на Хурвиц може да бъде наречен принцип на антагонистичния оптимист.

1.6. Изводи

Вземането на решения е неотменна част от всяка човешка дейност. Това важи с особена сила за областта на мениджмънта. Вземането на най-добри или достатъчно добри решения е критичен фактор за успеха на всяка организация.

В резултат на направения анализ на техниките и методите за вземане на решения могат да се направят следните изводи:

1. Съществуват два подхода към вземането на решения – индивидуално и групово вземане на решения. Здравият смисъл и практиката доказват, че в случаите на необходимост от определянето на дълготрайна стратегия, съпътствана от значителни инвестиции, по-добрите решения се вземат от група от експерти в дадената област. Това определя и съществуването на множество научни изследвания за разработване и усъвършенстване на методите и моделите за групово вземане на решения.
2. Във всички разгледани модели и методи се предполага явно или неявно, че групата на вземащите решения е съставена от експерти с равностойни знания и оценки за критериите и алтернативите. В действителност, това е изключение. На практика опита и знанията на експертите са различни и това следва да се вземе предвид при формирането на добре обосновани групови решения.

Всичко това е достатъчна обосновка за актуалността на тематиката на изследванията в настоящия дисертационен труд.

Като се вземе предвид направения анализ на съществуващите модели и техники за групово вземане на решения, то настоящият дисертационен труд се фокусира върху модифициране на функцията на полезност, като се отчита опита и

компетентността на всеки експерт от групата, с цел получаване на оптимално или достатъчно добро колективно решение.

1.7. Цел и задачи

Цел на дисертационният труд е да се предложат математически модели за подпомагане на груповото вземане на решения и алгоритми за тяхната реализация, като се отчита различията в експертизата на членовете на групата. За реализиране на тази цел е необходимо да се изпълнят следните задачи:

- да се направи анализ на съществуващите модели и техники за групово вземане на решения;
- да се предложат модели за групово вземане на решения и алгоритми за тяхната реализация, отчитайки експертизата на всеки член от групата, като се използват 1) модела на претеглената сума, 2) модела на претегленото произведение и 3) модела на SMART;
- да се предложи обобщен алгоритъм за групово вземане на решения, интегриращ различни стратегии – за избор на една най-добра алтернатива, за избор на няколко добри алтернативи, за класиране на всички алтернативи;
- да се предложат модели за групово вземане на решения, в условията на неопределеност, като се използват критериите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж.

Методологията на изследванията включва освен разработването на адекватни математически модели и алгоритми, така и оценка на тяхната ефективност и практическа приложимост, чрез числено тестване на базата на данни за реални проблеми.

ГЛАВА 2.
МОДЕЛИ И АЛГОРИТМИ ЗА ПОДПОМАГАНЕ НА ГРУПОВО ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ С ОТЧИТАНЕ РАЗЛИЧИЯТА В ЕКСПЕРТИЗАТА НА ЧЛЕНОВЕТЕ НА ГРУПАТА

Днес в много и различни области се налага вземането на групови решения. Въпреки, че понятието вземане на решение има широк смисъл, то може да се илюстрира чрез избор на една от множество алтернативи. Необходимостта от решение възниква на различни управленски нива – оперативно, тактическо, стратегическо и т.н. [Curtis, 2008]. Вземането на решения на оперативно ниво е свързано със следене на работата на изпълнителния персонал, т.е. решения, вземани при рутинни ежедневни дейности. Решенията в тази област са предназначени да осигурят ефективното и резултатно използване на съществуващите ресурси. Вземането на решения на тактическо ниво са свързани с управленски дейности на средния мениджмънт и касаят тактическото планиране. Висшата управленска администрация се занимава със стратегическо управление, засягащи развитието на организацията за дълъг период от време, в т.ч. – планиране, контрол на управлението и анализ на критични проблеми. На всички нива на управление вземането на решения е свързано с редица последици – икономически, социални, политически, екологични и др. Вземането на решение касае не само лицето вземащо решение (управител, мениджър, отговорник и др.), а и всички пряко или косвено засегнати от него. Това налага използването на обоснвовани методи за групово вземане на решения, в което участват експерти с различен опит и квалификация.

Вземането на решения при много критерии (атрибути) е важна част от съвременните методи за вземане на групови решения. Методите, базирани на теорията за многоатрибутната полезност намират приложение при решаване на задачите за вземане на решение при много атрибути, при които изборът се прави от определени алтернативи, които са описани чрез техните атрибути [Mardani и

др., 2015]. Тези методи се използват в широк кръг приложни области – енергия, околна среда и устойчивост, управление на доставки, управление на качеството, строителство и управление на проекти, безопасност и управление на риска, производствени системи, управление на информационните технологии, стратегическо управление, управление на туризма и т.н. [Mardani и др., 2015; Marttunen и др., 2017]. Теорията за многоатрибутна полезност се основава на създаването на функция за полезност, за определяне на най-добра алтернатива. Тя позволява многокритериално вземане на решения, изхождайки от предположението за съществуването на зададен фиксиран брой алтернативи и фиксиран брой критерии за тяхното оценяване, както и задаване на съответни тегла за оценяване важността на критериите. Тази информация обикновено се представя във вид на т.нар. матрица за вземане на решения с m на брой алтернативи, n на брой критерии и съответни тегла за тези критерии (също n на брой), както бе илюстрирано Глава 1, Таблица 1.2.

В настоящия дисертационен труд се предлага модификация на тази матрица, позволяваща математически обосновано групово вземане на решение. Модификацията се изразява в разширяване структурата на матрицата чрез добавяне на група от експерти, компетентни за оценка на всеки от критериите. Заедно с това, за всеки член от групата експерти се въвеждат и съответни теглови коефициенти, които отразяват компетентността и опита му, във връзка с решавания проблем. Друга характерна особенност на модифицираната матрица е използването на управляващи двоични целочислени променливи за избор на най-предпочитаната алтернатива (Таблица 2.1) [Borissova и др., 2016].

Във модифицираната матрица са използвани следните означения: m – брой на алтернативите, n – брой на критериите (атрибутите), k – брой на експертите в групата. Множеството на алтернативите е зададено като $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_m\}$, където с A_i (i = 1, 2, 3, …, M) е означена i-тата алтернатива. Множеството на критериите е зададено като $C = \{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$, където чрез C_j (j = 1, 2, 3, …, N) е означен j-ия критерии. Групата от експерти, включена в процеса на оценяване е зададена чрез множеството $E = \{E^1, E^2, \ldots, E^k\}$, където с E^q (q = 1, 2, 3, …, K) е означен q-ия експерт. Тегловите коефициенти за експертизата на всеки експерт от групата са изразени

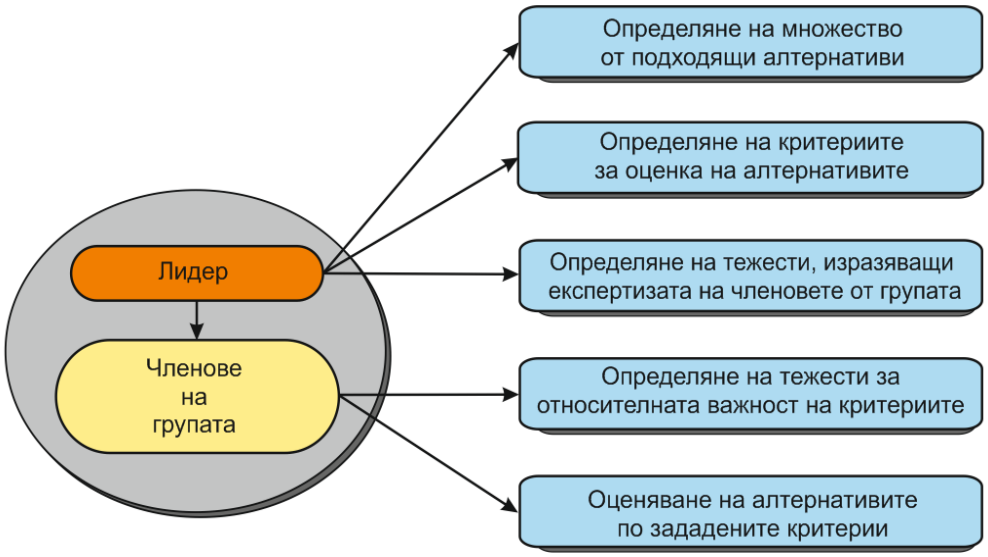
чрез множеството $\Lambda = \{\lambda^1, \lambda^2, \ldots, \lambda^k\}$, където с λ^q (q = 1, 2, 3, …, K) е означено съответното теглото за експертизата на q-ия експерт.

Таблица 2.1. Модифицирана структура на матрицата за вземане на решение за целите на подпомагане групово вземане на решения

Група от експерти	**Тегла за експертите**	**Алтернативи, A_i**	**Управляващи променливи, x_i**	**Критерии/тегла/оценки**			
				C_1	**C_2**	**…..**	**C_n**
E^1	λ^1			w_1^1	w_2^1		w_n^1
		A_1	x_1	e_{11}^1	e_{12}^1		e_{1n}^1
		A_2	x_2	e_{21}^1	e_{22}^1		e_{2n}^1
		A_3	x_3	e_{31}^1	e_{32}^1		e_{3n}^1
		….		…	…	…	…
		A_m	x_m	e_{m1}^1	e_{m1}^1		e_{mn}^1
E^2	λ^2			w_1^2	w_2^2		w_n^2
		A_1	x_1	e_{11}^2	e_{21}^2		e_{1n}^2
		A_2	x_2	e_{21}^2	e_{22}^2		e_{2n}^2
		A_3	x_3	e_{31}^2	e_{32}^2		e_{3n}^2
		….		…	…	…	…
		A_m	x_m	e_{m1}^2	e_{m2}^2		e_{mn}^2
….		….		…	…	…	…
E^k	λ^k			w_1^k	w_2^k		w_n^k
		A_1	x_1	e_{11}^k	e_{12}^k		e_{1n}^k
		A_2	x_2	e_{21}^k	e_{22}^k		e_{2n}^k
		A_3	x_3	e_{31}^k	e_{32}^k		e_{3n}^k
		….		…	…	…	…
		A_m	x_m	e_{m1}^k	e_{m2}^k		e_{mn}^k

Оценките на съответните алтернативи A_i по зададените критерии C_j от q-ия експерт са изразени чрез e_{ij}^q, където 0 ≤ e_{ij}^q ≤ 1. Тегловите коефициенти, изразяващи отонсителната важност на j-ия критерий, съгласно гледната точка на q-ия експерт се представя чрез w_j^q. Изборът на най-предпочитаната алтернатива се извършва с помощта на целочислените двоични променливи, присвоени на алтернативите, участващи в избора x_i (i = 1, 2, 3, …, M).

При формирането на групата от експерти, участващи в процеса на групово вземане на решение се предполага, че всички експерти са способни да направят оценка по всички критерии на алтернативи. Освен това, съществува лидер, който ръководи процеса на груповото вземане на решение. Той отговаря за: 1) организирането на процеса на вземане на решения, 2) определянето на възможните алтернативи, 3) определяне на атрибутите (критериите), по които ще се оценяват алтернативите и 4) определя тегла за експертите, спрямо техните компетенции и опит. Това е лице на отговорна управленска позиция, което може да предложи окончателното групово решение на по-високо ниво на управление или има право сам да вземе крайното решение. Разпределението на отговорностите в групата при реализирането на процеса на груповото вземане на решение е показано на Фиг. 2.1:



Фиг. 2.1.Разпределение на отговорностите в групата

Използвайки описаната по-горе модифицирана матрица на алтернативите, в настоящия дисертационен труд са предложени модифицирани модели за оценка и избор на алтернатива в условията на групово вземане на решение на едни от най-често използваните методи, а именно:

- модифициран модел на претеглената сума,
- модифициран модел на претегленото произведение,
- модифициран модел, базиран на SMART,

- алгоритъм с три различни стратегии – за избор на една алтернатива, за избор на няколко алтернитиви, или подредба на всички алтернативи по степента им на полезност,
- модели за избор на алтернатива/и в условията на неопределеност, използващи принципите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж.

Тези модели позволяват формулиране и решаване на съответни комбинаторни оптимизационни задачи, чието решението определя най-предпочитаната алтернатива. Така определената алтернатива взема предвид оценките на експертите, участващи в групата, както и степента на компетентност на всеки един от експертите. За всеки от описаните модели е предложен и съответен алгоритъм, за приложение при групово вземане на решения. Използването на такъв подход позволява гъвкавост към настройката на процеса на групово вземане на решения, съобразно със спецификата на всеки отделен проблем.

2.1. Модифициран модел на претеглената сума при групово вземане на решение

В този раздел е описан модифициран модел на претеглената сума за избор на алтернатива в условията на групово вземане на решение. Един общ метод за агрегиране при групово вземане на решения е *методът на претеглената сума*. В настоящият дисертационен труд е предложена модификация на този метод, в която се взема предвид степента на степента на експертизата на всеки член от групата, за избор на най-подходяща алтернатива.

2.1.1. Модифициран математически модел

Като се използва модифицираната структура на матрицата на алтернативите, критериите и съответните тегла от Таблица 2.1, то стандартния модел на претеглената сума (1.15) – (1.16) се модифицира до модел на претеглената сума за групово вземане на решение, отчитащ различията в степента на знанията и опита, чрез съответни теглови коефициенти за експертите от групата [Korsemov & Borissova, 2018]:

(2.1) $$maximize\left(\sum_{i=1}^{M} x_i \sum_{k=1}^{K} \lambda^k A_i^k\right)$$

при ограничения

(2.2) $$\forall i = 1, 2, \ldots, M : (\forall k = 1, 2, \ldots, K : A_i^k = \sum_{j=1}^{N} w_j^k e_{i,j}^k\ )$$

(2.3) $$\sum_{j=1}^{N} w_j^k = 1, \forall k = 1, 2, \ldots, K$$

(2.4) $$\sum_{i=1}^{M} x_i = 1,\ x_i \in \{0, 1\}$$

(2.5) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

Множеството от алтернативи, от което следва да се направи избор е {A_1, A_2, ..., A_M}. Всяка алтернатива се оценява спрямо определен брой критерии, представени от множеството {C_1, C_2, …, C_N}. Групата от експерти, участващи в процеса на оценяване на алтернативите е представена от множеството {E^1, E^2, …, E^K}. Чрез A_i^k е изразена обобщената оценката на *i*-тата алтернатива спрямо всички критерии, съгласно гледната точка на *k*-тия експерт от групата. Относителната важност между критериите C_j, според различните експерти, е изразена чрез съответни теглови коефициенти w_j^k, определени от всеки експерт. Оценката на *i*-тата алтернатива A_i спрямо *j*-ия критерий от *k*-ия експерт е изразена посредством e_{ij}^k. Управляващите променливи, използвани за избор на една единствена алтернатива, са двоични целочислени променливи x_i (*i* = 1,2, .., M), присвоени на всяка от алтернативите. Характерна особеност на модела (2.1) – (2.5) са въведените коефициенти λ^k, които изразяват експертизата и относителната тежест на оценките на участващите в групата експерти в процеса на вземане на решения. В случайте, когато оценките на различните експерти се разглеждат с еднакво по важност значение, то съответните коефициенти λ^k се задават с еднакви стойности, равни на единица. Ограничението (2.4) изисква определяне на една единствена алтернатива.

Така описаният модел позволява формулиране на оптимизационна задача, чието решение ще определи една най-предпочитана алтернатива. В общия случай, при наличие на различни мерни единици за отделните критерии е необходимо да се направи съответна нормализация. Нормализираните оценки на алтернативите, спрямо всеки от критериите, трябва да имат безразмерни стойности между 0 и 1.

При това, по-големите стойности на нормализираните оценки съответстват на по-добро представяне на алтернативата по отношение на съответния критерий. За целта, се използват следните схеми за нормализация на оценките e_{ij} [Zavadskas и др., 2012]:

- за критериите, които се максимизират:

(2.6a) $$e_{ij}^{*} = \frac{e_{ij}}{e_{ij}^{\max}} \text{ или } e_{ij}^{*} = \frac{e_{ij}^{\max} - e_{ij}}{e_{ij}^{\max} - e_{ij}^{\min}}$$

- за критериите, които се минимизират:

(2.6b) $$e_{ij}^{*} = \frac{e_{ij}^{\min}}{e_{ij}} \text{ или } e_{ij}^{*} = \frac{e_{ij} - e_{ij}^{\min}}{e_{ij}^{\max} - e_{ij}^{\min}}$$

Така получените нормализирани стойности се отразяват в модифицираната структура на матрицата на алтернативите в Таблица 2.2. Оптимизационния модел (2.1) – (2.5), базиран на информацията в тази таблица, се използва за формулиране и решаване на съответни оптимизационни задачи, чието решение определя най-предпочитаната алтернатива.

Ограничението (2.4) за избор на единствена алтернатива може да бъде променено във вида:

(2.7) $$\sum_{i=1}^{M} x_i = z,\ x_i \in \{0,1\} \ \ u \ \ 1 < z < M$$

където константата *z* представлява число в интервала (2, M-1).

По този начин, предложеният модифициран модел на претеглената сума за групово вземане на решение, се трансформира до избор на *z*-броя предпочитани алтернативи. Така проблемът за избор на една единствена алтернатива се трансформира в проблем за избор на няколко предпочитани алтернативи, от които впоследствие може да се направи крайния избор.

2.1.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претеглената сума при групово вземане на решение

Като се вземе предвид предложената модифицирана структура на матрицата (Таблица 2.1), се предлага алгоритъм за реализиране на модифицирания модел на

претеглената сума (2.1) – (2.6), при групово вземане на решения, показан на Фиг. 2.2.

Фиг. 2.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претеглената сума за групово вземане на решение

Етап 1: Първият етап от алгоритъма е свързан с описанието на конкретния проблем за избор на алтернатива.

Етап 2: На този етап се определя множеството от допустими алтернативи, подходящи за решаването на описания проблем.

Етап 3: Този етап е свързан с определянето на критериите, според които ще бъдат оценявани определените алтернативи от предходния етап.

Етап 4: В зависимост от спецификата на конкретния проблем се сформира група от компетентни експерти, способна да оцени определените алтернативите спрямо зададените критерии.

Етап 5: На този етап се определят съответни теглови коефициенти, които изразяват знанията и опита на експертите, участващи в групата.

Етап 6: Тук всеки от експертите в групата, от своя гледна точка, определя теглови коефициенти, изразяващи относителната важност на критериите.

Етап 7: При този етап се реализира оценяване на определените алтернативи спрямо зададените критерии от експертите в групата. В зависимост от размерностите на критериите за конкретния проблем, на този етап може да се наложи да бъде направена нормализация, съгласно условията (2.6а, 2.6б).

Етап 8: С така определените данни се попълва модифицираната матрицата (Таблица 2.1) и се формулира съответна оптимизационна задача, съгласно предложения модифициран модел на претеглената сума за групово вземане на решения (2.1) – (2.5). Тук се избира и подходящ софтуер за решаване на оптимизационната задача.

Етап 9: Полученото решение на оптимизационната задача определя най-предпочитаната алтернатива.

Може да се отбележи, че първите 5 етапа от алгоритъма се изпълняват от лидера на групата, докато етапи 6 и 7 се изпълняват от членовете на групата. Етапи 8 и 9 се възлагат на ИТ специалисти за формулиране и решаване на оптимизационната задача. Полученото решение, в резултат на изпълнението на последния етап на алгоритъма, определя най-предпочитаната алтернатива, която се предоставя на лидера на групата за вземане на крайно решение.

2.2. Модифициран модел на претегленото произведение при групово вземане на решение

В този раздел е описан модифициран математически модел на претегленото произведение за нуждите на групово вземане на решение. Класическият модел на претегленото произведение е популярен метод за решаване на задачите на многокритериалния анализ и е подобен на модела с претеглена сума. Основната разлика е, че вместо събиране в основната математическа операция се използва умножение, а всяко алтернативно решение се сравнява с другите, като се умножат редица съотношения.

2.2.1. Модифициран математически модел

В настоящият дисертационен труд се предлага модификация на модела на претегленото произведение, представен чраз формулата (1.18), позволяваща определянето на полезността за всяка от алтернативите. Като се използва модифицирана структура на матрицата на алтернативите, критериите и съответните тегла, съгласно Таблица 2.2, е предложен модифициран модел на претегленото произведение за групово вземане на решение с отчитане на експертизата членовете от групата [Korsemov & Borissova, 2018]:

(2.8) $$maximize \sum_{i=1}^{M} x_i \sum_{k=1}^{K} \lambda^k R(A_i)^k$$

при ограничения

(2.9) $$\forall i = 1, 2, \ldots, M : (\forall k = 1, 2, \ldots, K : R(A_i)^k = \prod_{j=1}^{N} (e_{ij}^k)^{w_j^k}$$

(2.10) $$\sum_{j=1}^{N} w_j^k = 1, \forall k = 1, 2, \ldots, K$$

(2.11) $$\sum_{i=1}^{M} x_i = 1, \; x_i \in \{0, 1\}$$

(2.12) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1,$$

където $R(A_i)^k$ представлява обобщената оценка на алтернатива по всички критерии, спрямо гледната точка на *k*-ия експерт от групата. Относителната важност на критериите, определена от всеки експерт от групата, се изразява чрез теглови коефициенти w_j^k . Оценката на *i*-тата алтернатива спрямо *j*-ия критерий от *k*-ия експерт е изразена чрез e_{ij}^k. Чрез въведените двоични целочислени променливи x_i, присвоени към всяка от алтернативите, се реализира избор на една най-предпочитана алтернатива. Коефициентите λ^k изразяват експертизата и важността на оценките на всеки експерт, участващ в процеса на груповото вземане на решения.

При необходимост и в този модел може да бъде приложена нормализация, с цел получаването на сравними скали и преодоляване на проблемите, свързани с използването на различни мерни единици за всеки от критериите. Нормализиращата схема може да бъде от вида (2.6а) за критериите, които се

максимизират и (2.6b) за критериите, които се минимизират. Получените нормализирани стойности се използват за съставяне на модифицираната структура на матрицата на алтернативите, критериите и съответните тегла, описана в Таблица 2.2. Така структурираната информация се използва при формулиране и решаване на оптимизационни задачи, следвайки модела (2.8) – (2.12), за определяне на най-предпочитаната алтернатива.

И при този модел ограничението (2.11) за избор на единствена алтернатива може да бъде променено така, че предложеният модел да се трансформира до избор на няколко предпочитани алтернативи. За целта, вместо ограничение (2.11) се използва ограничението (2.7).

2.2.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претегленото произведение при групово вземане на решение

Като се вземе предвид предложената модифицирана структура на матрицата (Таблица 2.1) и формулирания модел (2.8) – (2.12), се предлага алгоритъм за реализация на този модел, показан на Фиг. 2.3.

Етап 1: И тук, първият етап е свързан с описанието на конкретния проблем за избор на алтернатива.

Етап 2: На този етап се определят допустимите алтернативи, подходящи за разглеждания проблем.

Етап 3: За определените от етап 2 алтернативи се определят критериите, по които ще се оценява всяка от алтернативите.

Етап 4: В зависимост от спецификата на определения проблем се избира и групата от експерти, способна да оцени алтернативите.

Етап 5: Този етап е свързан с определянето на съответни теглови коефициенти, изразяващи експертизата и важността на оценките на участниците в групата.

Етап 6: При този етап всеки експерт определя от своя гледна точка, относителната важност на критериите, чрез задаване съответни теглови коефициенти за всеки критерий.

Фиг. 2.3. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на претегленото произведение за групово вземане на решение

Етап 7: На етап 7 се извършва с оценяване от всеки експерт на групата, на алтернативите спрямо определените критерии. В зависимост от размерностите на отделните критерии, на този етап може да се наложи да бъде направена нормализация, съгласно условията (2.6а, 2.6б).

За разлика от предишния алгоритъм от Фиг. 2.2, тук се налага въвеждането на допълнителен етап за изчисляване на произведението от определените оценки (на етап 7) и зададените теглови коефициенти (на етап 6). С така получените данни се съставя модифицирана матрицата, съгласно Таблица 2.1, на база на която да се формулира оптимизационна задача (2.8) – (2.12).

Дейностите от първите 5 етапа на алгоритъма се реализират от лидера на групата, а етапи 6 и 7 се изпълняват от челновете на групата. Етапите 8 и 9 се възлагат на съответните ИТ специалисти за формулиране на оптимизационна

задача, избор на подходяща софтуерна система за решаване и получаване на решение. Така полученото решение определя най-предпочитаната алтернатива, която се предоставя на лидера на групата за вземане на окончателно решение.

2.3. Модифициран модел на SMART при групово вземане на решение

В този раздел е описан модифициран математически модел на SMART за целите на групово вземане на решение. За разлика от класическия модел на SMART, в описаният модифициран модел се взема предвид важността на оценките на всеки от експертите чрез съответни коефициенти.

2.3.1. Модифициран математически модел

Предложеният в настоящия дисертационен труд модифициран математически модел SMART за групово вземане на решение има следния вид:

(2.13) $$maximize\left(\sum_{i=1}^{M} x_i \sum_{k=1}^{K} \lambda^k A_i^k\right)$$

при ограничения

(2.14) $$\forall i = 1, 2, \ldots, M : (\forall k = 1, 2, \ldots, K : A_i^k = \sum_{j=1}^{N} (w_j^k)^* e_{i,j}^k \ )$$

(2.15) $$(w_j^k)^* = \frac{w_j^k}{\sum_{j=1}^{N} w_j^k}$$

(2.16) $$\sum_{i=1}^{M} x_i \ = 1, \ x_i \in \{0,1\}$$

(2.17) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

където $(w_j^k)^*$ представлява нормализираното тегло, изразяващо важността на *j*-ия критерий спрямо гледната точка на *k*-ия експерт от групата; A_i^k е обобщената оценка на *i*-тата алтернатива спрямо всички критерии, съгласно гледната точка на *k*-ия експерт от групата; $e_{i,j}^k$ са отделните оценки на експертите за всяка от алтернативите, спрямо съответния критерий; x_i са двоични целочислени променливи, присвоени към всяка алтернатива за реализиране на избора на една най-предпочитана групова алтернатива.

Ако ограничението (2.13) за избор на една алтернатива се замени с ограничението (2.7), то предложеният модел се трансформира до модел за групов избор на няколко предпочитани алтернативи.

2.3.2. Алгоритъм за прилагане на модифицирания модел на SMART при групово вземане на решение

Като се вземе предвид предложената модифицирана структура на матрицата (Таблица 2.1) и формулирания модел (2.13) – (2.17), се предлага алгоритъм за използване на този модел, показан на Фиг. 2.4.

Фиг. 2.4. Алгоритъм за прилагане на модифицирания математически модел на SMART за групово вземане

Първите шест етапа от алгоритъма за реализиране на модифицирания модел на SMART за групово вземане на решение, са аналогични с етапите на опсаните по-горе алгоритми (Фиг. 2.2 и Фиг. 2.3). При този алгоритъм на

допълнителен етап (етап 7) се извършва нормализация на тегловите коефициентите за относителната важност на критериите, (определени на етап 6), като сумата им трябва да е равна на 1. С получените данни се съставя модифицираната матрицата (Таблица 2.1) и се формулира съответна оптимизационна задача, съгласно предложения модифициран математически модел (2.13) – (2.17).

Дейностите за реализиране на първите 5 етапа от алгоритъма си изпълняват от лидера на групата, докато изпълнението на етапи 6, 7 и 8 се изпълняват от челновете на групата. Етапите 9 и 10 се възлагат на съответните ИТ специалисти за формулиране и решаване на оптимизационната задача. Нейното решение определя най-предпочитаната алтернатива, която се предоставя на лидера на групата.

2.4. Обобщен алгоритъм и модели за групово вземане на решения с интегрирани различни стратегии

Целта на всяка система за подпомагане вземането на решения е да осигурява достатъчно информация на съответните ръководни органи за вземането на обосновани решения, свързани с възникващите проблеми. Поради глобализацията и растящата икономика, днес е трудно да се вземат успешни бизнес решения без съдействието на експерти от различни нива. Такива решения често включват бизнес-анализи (за получаване на информация от наличните данни) и вземане на ефективни решения. Бизнес-анализите се основават на експерти в областта на конкретния проблем и експерти, имащи отношение към този проблем така че, да могат да предоставят убедителна информация за подпомагане на вземането на ефективни и качествени бизнес решения. Постоянно растящата конкуренция и развитието на ИКТ изискват използване на различни научно-обосновани методи за вземане на добре обосновани решения. Това изисква включване и използване на различни количествени и качествени критерии в процеса на избор, както и участието на групи от квалифицирани експерти. Експертизата на тези екперти трябва да покрива достатъчно широк диапазон на областта на на конкретния пороблем, и трябва да имат способности за анализиране на ситуации и

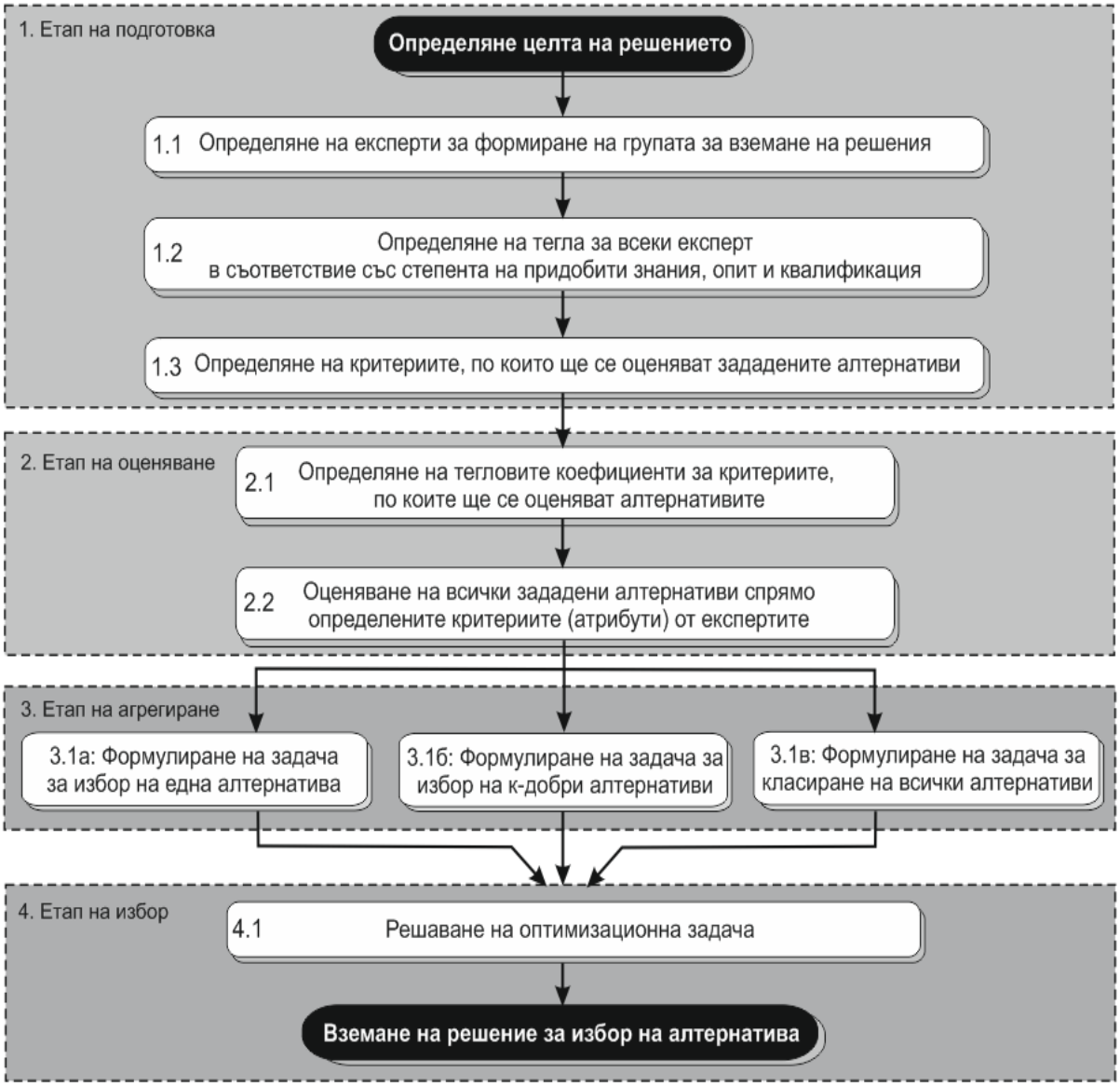
съгласуване за намирането на такова решение, което да подобри ефективността и ефикасността на производствените или обслужващите дейности.

Описаният в този раздел обобщен алгоритъм за групово вземане на решения включва три различни стратегии – за избор на една най-добра алтернатива, за избор на няколко добри алтернативи и за класиране (подреждане) на алтернативите по степента на тяхната ефективност. За целта е предложен обобщен алгоритъм за групово вземане на решения с три различни стратегии, който се базира на SMART метода.

2.4.1. Обобщен алгоритъм за избор на една най-добра алтернатива, за избор на няколко алтернативи, или за класиране на алтернативите

Възможността за използване на разнообразие от количествени и качествени критерии прави SMART популярен и широко използван подход за MADM. Оригиналният модел на SMART описва целия процес чрез оценка на алтернативите и задаване на тегла на атрибутите. Предложеният тук алгоритъм за вземане на гъвкави групови решения може да се разглежда като модификация на SMART метода, както е показано на Фиг. 2.6.

1 – етап на подготовка. Първият етап от алгоритъма, наречен *етап на подготовка*, започва с определяне на основната цел на процеса на груповото вземане на решения. Този подготвителен етап включва също и 3 допълнителни стъпки: 1) избор на подходящи експерти за формиране на групата за вземане на решения; 2) определяне на съответни тегла за оценките на всеки експерт от групата в съответствие със степента на техните знания, опит и квалификация; 3) определяне на критериите, по които ще се оценяват зададените алтернативи. Трябва да се отбележи също, че броят членове на групата влияе върху ефективността на процеса на вземане на решения. Теглата за важността на оценктие на експертите от групата играят важна роля в процеса на груповото вземане на решение. Теглата за експертите се определят в интервала от 0 до 1, където 1 означава най-квалифицираното и доверено ниво на експертизата на съответния експерт.



Фиг. 2.6. Алгоритъм за групово вземане на решения с три различни стратегии

Друг ключов момент е правилното определяне на подходящите критерии за оценка, тъй като те оказват съществено влияние върху крайния избор. Тези критерии могат да бъдат предварително определени от по-висшето ръководство или да бъдат определени от членовете на групата. По отношение на алтернативите – те в общия случай са обект на маркетингово проучване и биха могли да се разглеждат като предварително определени от висшето ръководство.

2 – етап на оценяване. Вторият етап от предложения алгоритъм – *етапът на оценяване*, се състои от две стъпки: 1) определяне на тегловите коефициенти за критериите, по които ще се оценяват алтернативите; 2) оценяване на всички

зададени алтернативи спрямо определените критерии (атрибути) от експертите, формиращи групата.

Теглото на критериите отразява относителната важност само ако оценките имат обща безразмерна скала. Породи това, коефициентите, изразяващи важността на критериите за оценка могат да имат стойности между 0 и 1. Тази относителна важност на критериите за оценка е субективна и зависи от възприятието на конкретния експерт колко важен е даден критерий спрямо другите разглеждани критерии. Оценката на алтернативите се извършва от експертите чрез оценки, получени в съответствие с изпълнението на алтернативите спрямо всеки критерий. По-висока стойност означава по-добро представяне на алтернативата спрямо критерия. Ако се използва измервателна скала за оценка, различна от 0 до 1, то е задължително да се извърши предварително подходящо нормализиране на оценките.

3 – етап на агрегиране. Основен проблем при груповото вземане на решение е обединяването на индивидуалните предпочитания в едно групово решение. Поради това, третият етап на предлажения алгоритъм е *етапът на агрегиране*, който води до определяне на груповото решение. В предложения алгоритъм са предложени три вида стратегии за формулировки на съотнетет оптимизационен проблем: 1) за избор на една единствена алтернатива; 2) за определяне на *k*-добри алтернативи; 3) за ранкиране на всички алтернативи по степента на тяхната ефективност за решаване на конкретния проблем. В съответствие с това фазата на агрегиране в предложения алгоритъм може да се реализира по три различни начина. Трите различни стратегии в описания алгоритъм се реализират чрез формулиране и решаване на три типа оптимизационни задачи, чиито решения определят изисквания краен резултат.

2.4.2. Математически модел за избор на една единствена най-добра алтернатива

При този сценарий е необходимо да се опрдели само една алтернатива, като се имат предвид изходните данни от Таблица 2.1. За целта е формулиран математически модел за избор на една единствена алтернатива:

(2.18) $$maximize\left(\sum_{i=1}^{M} x_i \sum_{k=1}^{K} \lambda^k A_i^k\right)$$

при ограничения

(2.19) $$\forall i = 1, 2, \ldots, M : (\forall k = 1, 2, \ldots, K : A_i^k = \sum_{j=1}^{N} w_j^k e_{i,j}^k\ )$$

(2.20) $$\sum_{j=1}^{N} w_j^k = 1$$

(2.21) $$\sum_{i=1}^{M} x_i = 1,\ x_i \in \{0,1\}$$

(2.22) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

Целевата функция (2.18) се стреми да максимизира общата ефективност на алтернативата в съответствие с оценките, спрямо критериите за алтернативите, теглата на тези критерии, зададени от експертите и съответните теглови коефициенти за експертизата на всеки член от групата. Избор само на една единствена алтернатива се гарантира от ограничението (2.21).

2.4.3. Математически модел за избор на k-добри алтернативи

Вторият сценарий илюстрира случая, при който е необходимо да бъдат определени няколко (повече от една) подходящи алтернативи. Определянето на няколко добри алтернативи се осъществява чрез модифициране на формулирания по-горе оптимизационен модел, в който ограничението (2.21) се замени със следното ограничение:

(2.23) $$\sum_{i=1}^{M} x_i = z\,,\ x_i \in \{0,\ 1\},\ 1 < z < M$$

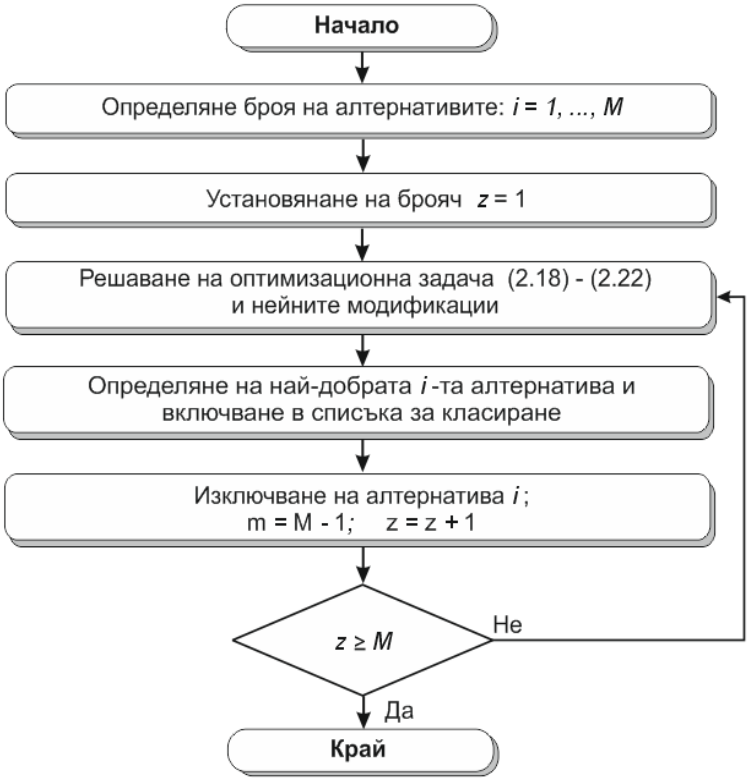
където *z* е цяло число, по-голямо от 1 и по-малко от броя на алтернативите (*M*).

Този сценарий описва ситуацията, при която зададеното множество от алтернативи е необходимо да се намали по определено подмножество от подходящи (най-добри), спрямо груповата оценка, алтернативи. Така определеното в резултат на решението на оптимизационната задача, подмножество от алтернативи не дава информация коя алтернатива е по-добра от останалите в същото подмножество. Всички алтернативи в редуцираното

подмножество отговарят на критерия за оптималност (2.18) и всяка друга алтернатива извън редуцираното подмножество има по-лоши показатели.

2.4.4. Математически модел за класиране на всички алтернативи

Третият сценарий от предложения алгоритъм за групово вземане на решения дава възможност за ранкиране (класиране на всички алтернативи) по степента им на целесъобразност, както е показано на Фиг. 2.7.



Фиг. 2.7. Алгоритъм за класиране на алтернативи

Този алгоритъм за класиране на алтернативите се изисква последователно решаване на задачи от типа (2.18) – (2.22). Решението на първата итерация осигурява най-добрата алтернатива, която се поставя в началото на списъка за класиране на алтернативите. На следващата итерация, определената алтернатива от предходното решение се изключва от общото множеството алтернативи, и се решава модифицирана задача за оптимизация (2.18) – (2.22) с брой алтернативи (M-1), в резултат на което се получава следващата по целесъобразност

алтернатива в списъка с класирането. Този итеративен процес се повтаря, докато остане само една алтернатива.

4 – етап на основния алгоритъм за избор. Етапът на избор на основния алгоритъм включва две основни стъпки – решаване на оптимизационна задача и вземане на решение за избор на алтернатива. Решаването на оптимизационната задача е свързано с изборът на конкретна стратегия – опрделяне на една единствена алтернатива, определяне на *k*-добри алтернативи или ранкиране на алтернативите. Предполага се, че ръководството на по-високо ниво определя коя стратегия трябва да бъде използвана. Резултатите от получените решения за оптимизационните задачите на стъпка 4.1, се предоставят на висшето ръководство за вземане на окончателно решение за избор на алтернатива, която най-добре съответства на определената основна цел на конкретния проблем.

2.5. Модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност

Динамичността на средата, при реализиране на груповото вемане на решение изисква да бъде отчетен и факторът неопределеност. Във връзка с това, в настоящия дисертационен труд е реализиран подход, комбиниращ предимствата на анализа на разходите и приходите (Cost-Benefit Analysis – CBA???) с тези на груповото вземане на решение.

В най-общ смисъл, анализът на приходите и разходите има две основни цели, а именно: 1) да се определи дали дадена алтернатива (инвестиционно решение) е обоснована, като се провери дали нейните ползи надвишават разходите и с колко; 2) да се осигури база за сравнение на алтернативите, включително сравнение на очакваните разходи за всяка алтернатива спрямо общите очаквани ползи.

В условията на неопределеност се предполага, че субекта на решенията се намира в условията на неопределеност, когато е запознат с възможните ситуации, но не знае коя от тях ще се сбъдне, нито е запознат с вероятностите за това. За реализиране на възможни различни стратегии за избор в условията на

неопределеност са познати различни критерии: критерий на Валд; критерий на Лаплас, критерий на Хурвиц и критерий на Савидж [Vemic, 2017].

Критерият на Валд, известен като песимистичен критерий, се базира на консервативната умереност. При него се предполага, че за която и да е от избраните стратегии обективните обстоятелства ще представят винаги най-неблагоприятното си състояние, т.е използва се, когато на обективните обстоятелства се гледа като на активен, злонамерен противник. В основата на критерия на Лаплас лежи схващането, че щом няма информация за определяне на едно състояние, като по-вероятно от друго, то оптималното решение може да се получи, като се приеме, че всички възможни състояния са равновероятни, ако не разполагаме с друга информация. Критерият на Хурвиц може да бъде охарактеризаран като песимистичен или оптимистичен в абсолютна степен и представлява опростен вариант на принципа на Лаплас. Критерият на Савидж в условията на неопределеност цели да избере тази стратегия, при която стойността на загубите е най-малка при най-неблагоприятната ситуация.

Като се вземат предвид изброените по-горе стратегии за преодоляване на неопределеността, са предложени техни модификации за случаите на групово вземане на решения.

2.5.1. Модели за избор в условията на неопределеност при групово вземане на решиния

В настоящия дисертационен труд са формулирани няколко модела за групово веземане на решения в комбинация с някои от известните стратегии за преодоляване на неопределеността, съгласно принципите на Валд, Сейвидж, Лаплас и Хурвиц, описани в раздел 1.1.2. При наличие на зададен определен брой алтернативи, целта е да се избере най-подходящата групова алтернатива, като се вземат предвид специфичните особености на съществуващите стратегии. Функцията на ползност, в най-общия случай може да бъде изразена чрез съотношението между очакваните разходи и очакваните приходи и има вида [Boardman и др., 2010]:

(2.24) $$CBE = \frac{Cost}{Benefit}$$

В тази постановка на задачата, оценките на крайния брой алтернативи се получават чрез формулата за разходите и приходите (2.18), при възможни различни състояния (перспективи). Следователно, матрица от Таблица 2.1, в случая групово вземане на решиние в условията на неопрделеност, се модифицира до представянето, както е показано в Таблица 2.2.

Използваните означения са както следва: множество на алтернативите $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_m\}$, където A_i (i = 1, 2, 3, …, M) изразява i-тата алтернатива; множеството на състоянията $S = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$, където S_j (j = 1, 2, 3, …, N) изразява j-тото състояние; множеството на групата от експерти $E = \{E^1, E^2, \ldots, E^k\}$, където E^q (q = 1, 2, 3, …, K) изразява q-ия експерт; множество на тегловите коефициенти за всеки експерт от групата $\Lambda = \{\lambda^1, \lambda^2, \ldots, \lambda^k\}$, където λ^q (q = 1, 2, 3, …, K) изразява теглото на важност на оценките на q-ия експерт; оценки на алтернативите по зададените критерии от експертите, изразени чрез CBE_{mn}^{k}.

Таблица 2.2. Модифицирана структура на матрицата при групово вземане на решения в условията на неопрделеност

Група от експерти	Тегла за експертите	Алтернативи (A_i)	Състояния			
			S_1	S_2	…..	S_n
E^1	λ^1	A_1	CBE_{11}^{1}	CBE_{12}^{1}		CBE_{1n}^{1}
		A_2	CBE_{21}^{1}	CBE_{22}^{1}		CBE_{2n}^{1}
		….	…	…	…	…
		A_m	CBE_{m1}^{1}	CBE_{m1}^{1}		CBE_{mn}^{1}
….		….	…	…	…	…
E^k	λ^k	A_1	CBE_{11}^{k}	CBE_{12}^{k}		CBE_{1n}^{k}
		A_2	CBE_{21}^{k}	CBE_{22}^{k}		CBE_{2n}^{k}
		….	…	…	…	…
		A_m	CBE_{m1}^{k}	CBE_{m2}^{k}		CBE_{mn}^{k}

При използване критерия на Валд, моделът за групов избор на най-предпочитаната алтернатива има следното представяне [Borissova и др., 2017]:

(2.25) $$maxmin \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} \lambda^k CBE_{ij}^{k}$$

при ограничения

(2.26) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

където CBE_{ij}^{k} изразява съответната оценка на *i*-тата алтернатива, спрямо *j*-тото състояние на *k*-ия експерт от групата. И тук са използвани теглови коефициенти λ^k за изразяване на експертизата на членовете от групата.

При използване критерия на Лаплас, моделът за групов избор на най-предпочитаната алтернатива има следното представяне [Borissova и др., 2017]:

(2.27) $$max\left(\sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} \lambda^k \frac{CBE_{ij}^{k}}{M} \right)$$

при ограничения

(2.28) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

където CBE_{ij}^{k} изразява оценката на *i*-тата алтернатива, спрямо *j*-тото състояние на *k*-ия експерт от групата, а λ^k са съотвентите теглови коефициенти за експертизата на членовете от групата.

При използване критерия на Хурвиц, моделът за групов избор на най-предпочитаната алтернатива има следното представяне [Borissova и др., 2017]:

(2.29) $$max\left\{ \alpha max \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} \lambda^k CBE_{ij}^{k} + (1-\alpha) \min \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{k} \lambda^k CBE_{ij}^{k} \right\}$$

при ограничения

(2.30) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

където CBE_{ij}^{k} изразява оценката на *i*-тата алтернатива, спрямо *j*-тото състояние и гледната точка на *k*-ия експерт от групата, коефициентът на песимизъм е изразен чрез (1 – α), а λ^k са теглови коефициенти за експертите от групата.

При използване критерия на Сейвидж, моделът за групов избор на най-предпочитаната алтернатива има следното представяне [Borissova и др., 2017]:

(2.31) $$minmax \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} \lambda^k R_{ij}^{k}$$

при ограничения

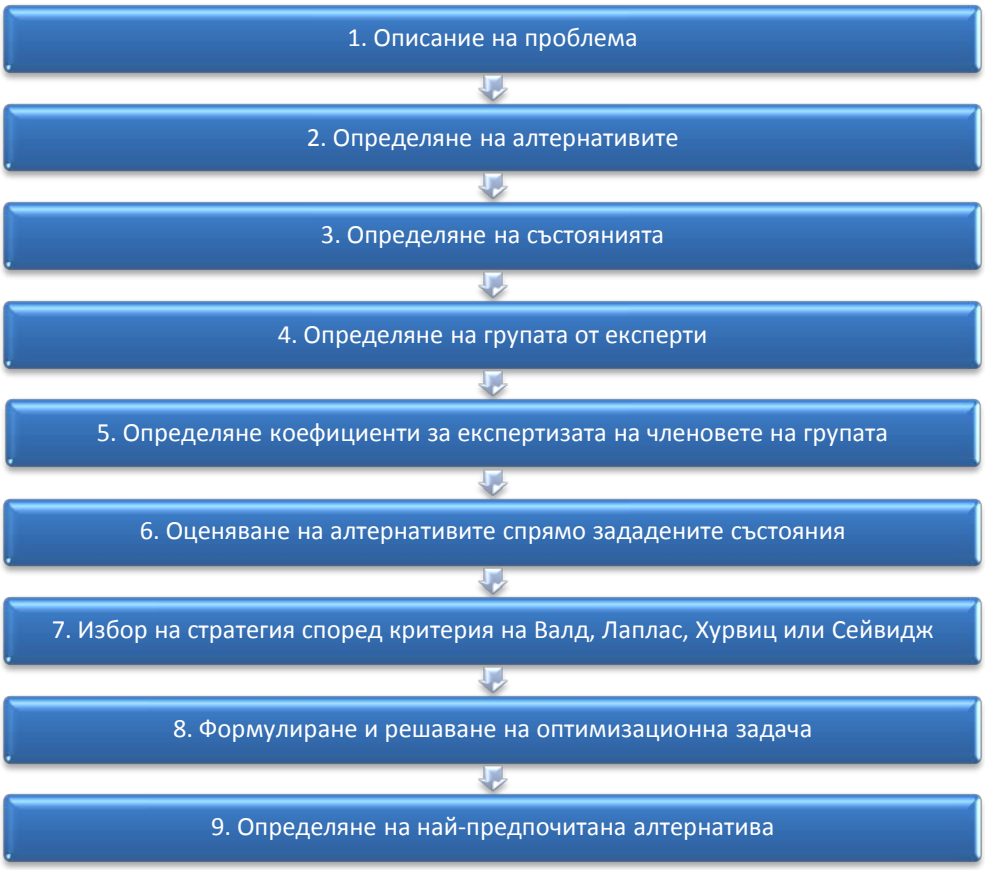
(2.32) $$\forall i = 1, 2, \ldots, M \; : (\forall k = 1, 2, \ldots, K : R_{ij}^{k} = \left| CBE_{ij}^{k} - \max CBE_{ij}^{k} \right|$$

(2.33) $$\sum_{k=1}^{K} \lambda^k = 1$$

където R_{ij}^{k} представляват загубите в резултат на пропуснати възможности, определени чрез (2.28), а λ^{k} са теглови коефициенти за експертизата на членовете от групата.

2.5.2. Алгоритъм за прилагане на моделите при групово вземане на решения с отчитане на условията на неопределеност

Като се вземе предвид структурата на матрицата (Таблица 2.2) и формулираните по-горе оптимозационни модели (2.25) – (2.26), (2.27) – (2.29), (2.30) – (2.31) или (2.32) – (2.34), то следните основни етапи на алгоритъма за реализиране на групово вземане на решения в условията на неопрделеност, са показани на Фиг. 2.5.



Фиг. 2.5. Алгоритъм за реализиране на групово вземане на решение в условията на неопрделеност

Първият етап за за реализиране на групово вземане на решение в условията на неопрделеност е свързан с описанието на конкретния проблем за избор на

алтернатива. На етап 2 се определят допустимите алтернативи, подходящи за разглеждания проблем. Етап 3 е свързан с определянето на възможните състояния на средата, при която се реализират вече определените алтернативи. В зависимост от спецификата на определения проблем за решаване се избира и групата от експерти, способна да оцени алтернативите. На етап 5 се опрделят съответни теглови коефициентите, изразяващи експертизата и степента на важност на оценките на участниците в групата. На етап 6 се реализира оценяване на алтернативите спрямо определените състояния и спрямо гледната точка на всеки експерт от групата. На етап 7 се избера един от критериите на Валд, Лаплас, Хурвиц или Сейвидж за определяне на оптималната стратегия в условията на неопределеност. С получените данни се попълва Таблица 2.2. Използвайки данните от таблицата се формулира съответна оптимизационна задача, съгласно предложените модифицирани модели (2.25) – (2.26), (2.27) – (2.28), (2.29) – (2.30) или (2.31) – (2.33) за избор на алтернатива в усливията на групово вземане на решения.

Изпълнението на първите 5 етапа е отговорност на лидера на групата, етапи 6 и 7 се изпълняват от членовете на групата, а етапи 8 и 9 се възлагат на съответните ИТ специалисти за формулиране и решаване на оптимизационна задача. Така полученото решение определя алтернатива, която се предоставя на лидера за вземане на крайното решение.

Всички предложени модификации на модели за подпомагане на груповото вземане на решения и алгоритмите за тяхното приложение са тествани числено, с цел доказване на тяхната проложимост и адекватност. Тези изчислителни процедури са описани в Глава 3 от дисертационния труд.

ГЛАВА 3.
ЧИСЛЕНО ТЕСТВАНЕ НА ПРЕДЛОЖЕНИТЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМИ ЗА ПОДПОМАГАНЕ НА ГРУПОВОТО ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

В тази глава са описани резултатите от проведените числени експерименти с предложените модификации на моделите при групово взеане на решения и алгоритми за тяхното прилагане, обобщени като:

- числено тестване на предложените модификации на модела на претеглената сума и модела на претегленото произведение за избор на алтернатива/и на базата на реални примери при групово вземане на решения,
- числено тестване на предложения модел на SMART на базата на реален пример за избор на алтернатива/и при групово вземане на решения,
- числено тестване на предложения алгоритъм и моделите за групово вземане на решения при използване на три различни стратегии, също на базата на реални примери,
- числено тестване на практическата приложимост на предложените модели в условията на неопределеност при групово вземане на решения.

3.1. Тестване на модифицирания модел на претеглената сума при групово вземане на решения

В този раздел е описано численото тестване на предложеният модифициран модел на претеглената сума за избор на алтернатива/и при групово вземане на решения, съгласно т. 2.1 (Глава 2). Модификацията на този модел е тествана за реални проблеми при – избор на система за планиране на корпоративни ресурси (ERP), избор на доставчик на персонални компютри за целите на обществена поръчка и при избор в областта на софтуерното инженерство.

3.1.1. Избор на софтуерна система за планиране на корпоративни ресурси (ERP)

Софтуерните системи за планиране на корпоративни ресурси и управление на бизнеса са предназначени за интегриране на различни дейности, свързани със събиране, съхранение, управление и интерпретиране на данни от разнообразни бизнес-дейности като планиране, закупуване, производство и доставка на услуги, маркетинг и продажби, плащане и др. Използването на подходящ софтуерен продукт може да бъде ключов фактор за успеха на организацията. В много случаи доставчиците/дистрибуторите твърдят, че предлаганите софтуерни системи са универсални и могат да бъдат приспособени към нуждите на всяка бизнес-организация, но това е спорно. Въпреки универсалността на общата конфигурация на ERP системите, много от доставчиците/дистрибуторите трябва да адаптират софтуера за ERP, за да отразят различни специфични организационни фактори [Aslan et al., 2015]. Това налага внимателно да се анализират характеристиките на ERP системите, за да се направи правилният избор в съответствие с целите на организацията. Поради многобройните ключови показатели, които трябва да бъдат взети предвид, изборът на най-добрата ERP система е съществено предизвикателство. Направеният анализ показва, че различни критерии могат да бъдат използвани при избор на ERP системи: предложения на консултанта; гъвкавост при адаптиране на изискванията според конкретните бизнес-изисквания; пълен механизъм за управление на риска и контрол на сигурността; способност да се интегрират различни платформи и данни; ERP системи, които се използват от много клиенти и доставчици; лесно интегриране с други системи; наличие на сертифицирана система с висока стабилност; лекота на използване и поддръжка; съвместимост между системата и бизнес-процесите; предоставянето на най-добри практики и поддръжка, както и необходимото време за внедряване [Tsai и др., 2012].

В настоящия дисертационен труд, за целите на численото тестване на предложения модифициран модел на претеглената сума при групово вземане на решения, като изходни данни са използвани данните от описан в литературата проблем за избор на софтуерна система за планиране на корпоративни ресурси

(ERP) [Efe, 2016]. За оценка на софтуера за планиране на корпоративни ресурси са опредлени 4 критерия. Тези клитерии включват показатели като: 1) цена; 2) спецификации на доставчика; 3) технически спецификации на софтуера; и 4) лекота на използване. Критерият за цена, включва както разходите за придобиване на софтуера, така и необходимите такси за актуализиране до последната версия. Критерият за спецификации на доставчика включва предлагано обучение и консултантски услуги, наличие на сертификати, квалификация на служителите, както и репутация и референции на доставчика. Критерият за техническите спецификации се концентрира върху интерфейса на софтуера, неговата функционалност, съвместимост с други платформи, надеждност и възможност за работа с различни файлове с данни. Критерият за лесна употреба съчетава ергономичността на софтуера, удовлетвореността от използването му, необходимостта от допълнително обучение и възможността за получаване на различни справки.

За оценяването на зададените 3 алтернативи е определена група от 5 експерта, съставена от: един финансов консултант (E-1), двама бизнес-анализатори (E-2 и E-3) и двама администратори на бази от данни (E-4 и E-5). Нормализираните оценки на изпълнението на алтернативите спрямо описаните критерии, заедно с коефициентите за относителната важност на критериите, са показани в Таблица 3.1. Коефициентите за експертите, изразяващи експертизата на членовете на групата, вкл. компетенции, знания и опит, също са дадени в Таблица 3.1.

Таблица 3.1. Нормализирана матрица на оценките за алтернативите при групово вземане на решение при избор на система за планиране на корпоративни ресурси

Експерти	Тегла за експертите	Алтер-нативи A_i	Променливи за избор, x_i	Критерии/тегла/оценки			
				Цена, C1	Специфи-кации на доставчика C2	Технически специфика-ции на софтуера, C3	Лекота на използ-ване, C4
E-1	0.10			0.3	0.2	0.25	0.25
		A-1	x_1	0.806	0.85	0.777	0.823
		A-2	x_2	0.762	0.894	0.765	0.841
		A-3	x_3	0.818	0.813	0.785	0.877
E-2	0.27			0.21	0.26	0.26	0.27
		A-1	x_1	0.792	0.865	0.767	0.843
		A-2	x_2	0.785	0.904	0.775	0.905
		A-3	x_3	0.763	0.893	0.792	0.89
E-3	0.21			0.16	0.28	0.28	0.28
		A-1	x_1	0.822	0.876	0.815	0.915
		A-2	x_2	0.793	0.884	0.838	0.885
		A-3	x_3	0.808	0.831	0.808	0.897
E-4	0.25			0.18	0.22	0.28	0.33
		A-1	x_1	0.788	0.798	0.807	0.873
		A-2	x_2	0.764	0.815	0.868	0.916
		A-3	x_3	0.749	0.855	0.835	0.905
E-5	0.17			0.2	0.25	0.25	0.3
		A-1	x_1	0.797	0.877	0.786	0.865
		A-2	x_2	0.811	0.897	0.798	0.897
		A-3	x_3	0.823	0.854	0.812	0.925

Като се използват нормализираните данни, показани в Таблица 3.1, и предложеният в Глава 2 – раздел 2.1, модифициран модел на претеглената сума за избор на алтернатива за групово вземане на решения (2.1) – (2.5), е формулирана следната оптимизационна задача:

(3.1) $$maximize\left(\sum_{i=1}^{3} x_i \sum_{k=1}^{5} \lambda^k A_i^k\right)$$

при ограничения

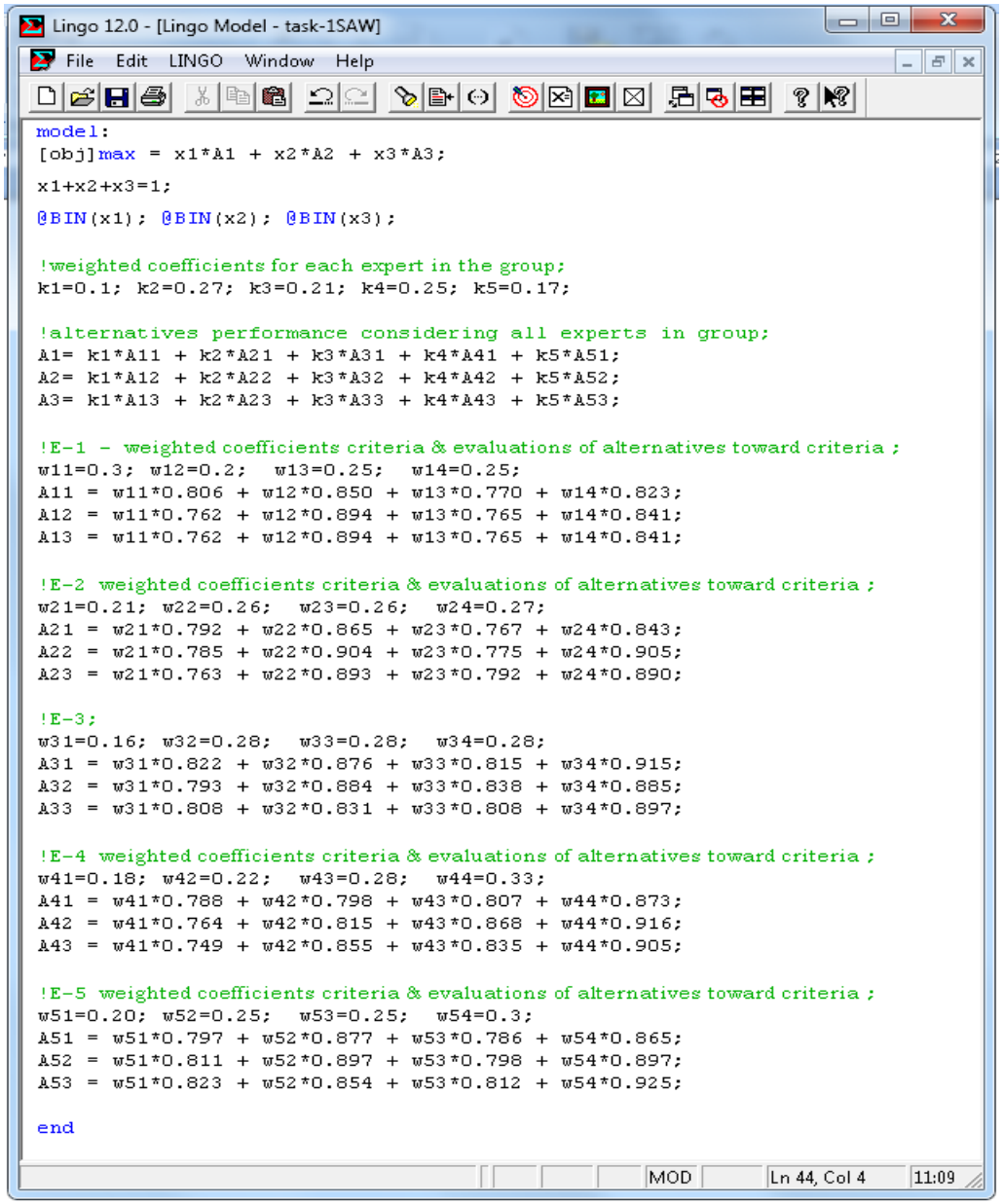
(3.2) $$\forall i = 1, 2, \ldots, 3 : (\forall k = 1, 2, \ldots, 5 : A_i^k = \sum_{j=1}^{4} w_j^k e_{i,j}^k \ )$$

(3.3) $$\sum_{j=1}^{4} w_j^k = 1, \forall k = 1, 2, \ldots, 5$$

(3.4) $$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \; x_i \in \{0,1\}$$

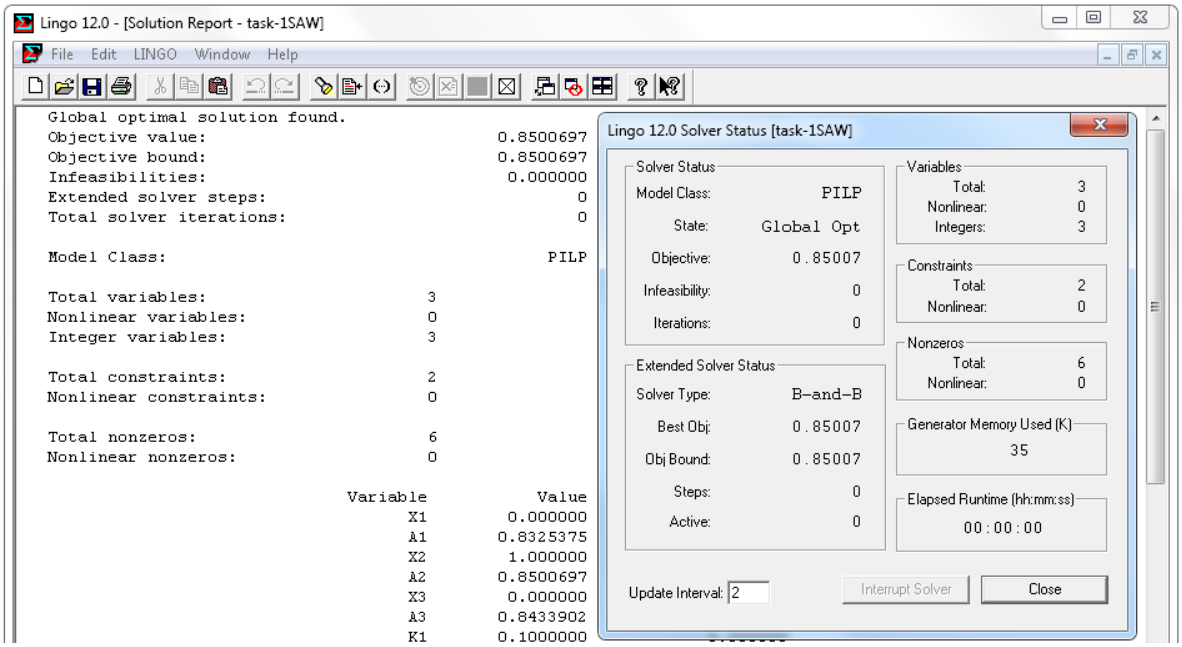
(3.5) $$\lambda^1 = 0.10; \; \lambda^2 = 0.27; \; \lambda^3 = 0.21; \; \lambda^4 = 0.25; \; \lambda^5 = 0.17$$

Така формулираната оптимизационна задача (3.1) – (3.5) е въведена в средата на специализирания софтуер за оптимизация Lingo v.12 (Фиг. 3.1) във вида:



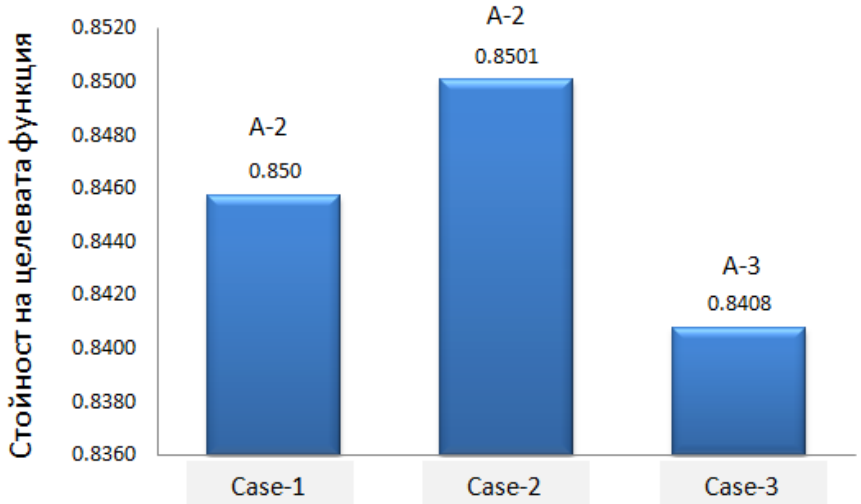
Фиг. 3.1 Представяне на задачата (3.1) – (3.5) в средата на Lingo v.12

Решението определя стойности на двоичните целочислени променливи, свързани с избора на алтернативата, както следва: $x_2 = 1$ и $x_1 = x_3 = 0$ (Фиг. 3.2).



Фиг. 3.2. Екран от решението в средата на Lingo v.12

Решението на оптимизазионната задача определя алтернатива А-2 като най-предпочитана алтернатива за този случай – Case-1 (Фиг. 3.3).



Фиг. 3.3. Стойности на целевата фукция при различни коефициенти за експертизата на членовете на групата

Ако променим ограничението (3.4) във вида (3.4*), то може да бъде определена повече от една алтернатива:

(3.4*) $$x_1 + x_2 + x_3 = 2, \;\; x_i \in \{0,1\}$$

Решението на тази оптимизационна задача определя две добри алтернативи, без да осигурява допълнителна информация коя от двете е по-добра.

Получените резултати от числено тестване на модифицирания модел на претеглената сума, при 3 различни набори от коефициенти за важността на оценките на експертите, са показани в Таблица 3.2 [Korsemov & Borissova, 2018]:

Таблица 3.2 Избор на алтернативи в резултат на решенията на формулираните оптимизационни задачи

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**					**Избрана 1 алтернатива**	**Избрани 2 алтернативи**
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5		
Case-1	0.10	0.27	0.21	0.25	0.17	A-2	A-2 & A-3
Case-2	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A-2	A-2 & A-3
Case-3	0.35	0.13	0.12	0.20	0.20	A-3	A-2 & A-3

3.1.2. Избор на доставчик на персонални компютри (PCs) чрез обществена поръчка

Изборът на доставчик е комплескен проблем, включващ не само количествени критерии, но и качествени, които изискват субективни преценки [Igarashi и др., 2015]. Изборът на доставчик за целите на обществените поръчки е важен случай на групово вземане на решения, при който разходът на средства трябва да бъде публичен. През последните няколко десетилетия се наблюдава повишен интерес към обществените поръчки, тъй като се наблюдава увеличаване на закупуването на стоки от публичния сектор [Mimovic, 2016]. Обществените поръчки трябва да бъдат прозрачни и в съответствие със законодателството, административните разпоредби и да следват конкретни процедури за възлагане на обществени поръчки.

За целите на тестването на предложения модифициран модел на претеглената сума е използан пример за избор на доставчик на персонални компютри за целите на обществена поръчка. Получени са три оферти от различни доставчика, разглеждани като три възможни алтернативи (A-1, A-2, A-3). Всяка оферта е оценявана по 12 критерия: 1) технически показатели; 2) цена на офертата; 3) ценови облекчения –отстъпки при определено количество; 4) възможност за разсрочено плащане; 5) гаранция; 6) извънгаранционно обслужване; 7) брой

налични сервизи; 8) наличие на опитен персонал; 9) сертификати; 10) предишен опит; 11) време за изпълнение; 12) препоръки от клиентие.

Критерият за техническо изпълнение на персонални компютри включва тип процесор, ядро и честота, честота на паметта, съхранение, тип и обем, графична разделителна способност, портове, тип на клавиатурата и наличие на операционна система Windows. Критерият за цена на предлагане е свързан с единичната цена за за брой и предлаганата цена на доставката като цяло. Критериите за условията за плащане и ценовите разчети и количествените отстъпки разглеждат възможността за различни опции за плащане – плащане при доставка, авансово или разсрочено плащане, както и възможност за намаляване на цената на единица стока за определено количество. Критериите за гаранционните срокове и условията за извънгаранционен сервиз се използват, за да се гарантира възможно най-голяма безупречна работа на закупените персонални компютри. Критериите за броя на ремонтите и опитен персонал изследват колко бързо и качествено ще се справят с неочаквани проблеми. Наличието на сертификати и предишен опит са показатели за надеждността на доставчика. Времето за доставка е основен критерий, тъй като то определя необходимото време между началото на договора и доставката. Не на последно място, критерият за оценка е информация за удовлетвореността на клиентите и техните препоръки.

И в този случай на избор на доставчик на персонални компютри за целите на обществена поръчка е използвана група от 5 експерта, които да оценят алтернативите (получените оферти) по определените по-горе критерии. Групата от екперти включва: един финансов консултант (E-1), двама IT специалиста (E-2 и E-3) 4) и един мениджър (E-5).

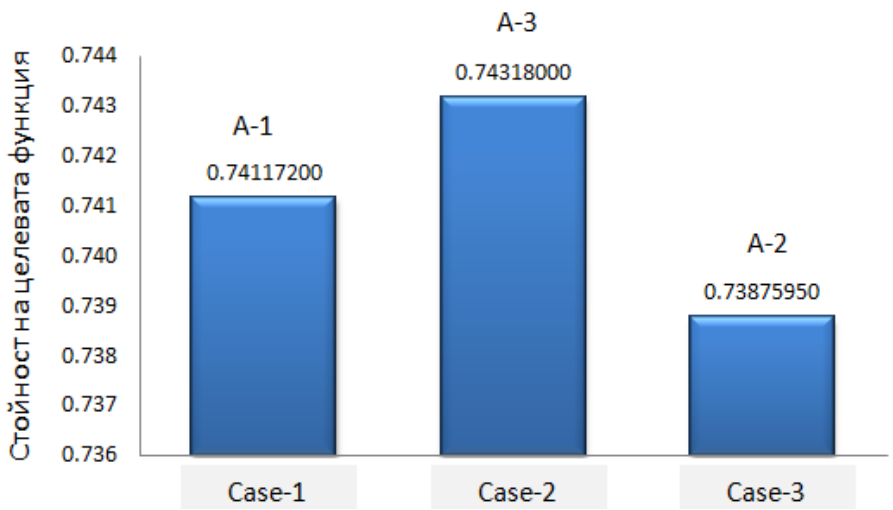
Нормализираните оценки на представянето на алтернативите спрямо критериите, заедно с коефициентите за относителната важност на отделните критерии, са показани в Таблица 3.3. Коефициентите за експертите, изразяващи експертизата на членовете на групата, вкл. компетенции, знания и опит, също са дадени в Таблица 3.3.

Таблица 3.3. Нормализирана матрица на оценките за алтернативите при групово вземане на решения за избор на доставчик на персонални компютри при обществена поръчка

Експерти	Тегла за експертите	Алтер-нативи	Критерии/тегла/оценки											
			C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
E-1	0.2		**0.08**	**0.10**	**0.09**	**0.09**	**0.08**	**0.07**	**0.08**	**0.08**	**0.09**	**0.08**	**0.07**	**0.10**
		A-1	0.76	1.00	0.72	0.82	0.76	0.56	0.69	1.00	0.68	0.66	0.66	0.56
		A-2	0.83	0.88	0.78	0.93	0.77	0.58	0.65	0.93	0.79	0.76	0.68	0.55
		A-3	0.81	0.90	0.76	1.00	0.72	0.66	0.72	0.92	0.74	0.75	0.70	0.63
E-2	0.2		**0.11**	**0.07**	**0.07**	**0.06**	**0.09**	**0.09**	**0.09**	**0.09**	**0.08**	**0.08**	**0.08**	**0.09**
		A-1	0.81	0.85	0.73	0.67	0.67	0.89	0.73	0.67	0.74	0.85	0.80	0.93
		A-2	0.84	0.78	0.76	0.65	0.77	0.91	0.75	0.69	0.78	0.82	0.81	0.85
		A-3	0.82	0.74	0.73	0.72	0.72	0.82	0.78	0.65	0.79	0.78	0.73	0.91
E-3	0.2		**0.15**	**0.06**	**0.06**	**0.06**	**0.11**	**0.10**	**0.09**	**0.09**	**0.06**	**0.06**	**0.07**	**0.09**
		A-1	0.86	0.81	0.78	0.77	0.95	0.82	0.84	0.82	0.81	0.76	0.96	0.79
		A-2	0.72	0.79	0.76	0.81	0.83	0.76	0.70	0.81	0.78	0.79	0.89	0.82
		A-3	0.81	0.78	0.79	0.69	1.00	0.80	0.79	0.88	0.83	0.72	1.00	0.76
E-4	0.2		**0.13**	**0.06**	**0.06**	**0.06**	**0.12**	**0.11**	**0.09**	**0.08**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.08**
		A-1	1.00	0.85	0.61	0.62	0.95	0.93	0.73	0.73	0.94	0.85	0.85	0.93
		A-2	0.88	0.74	0.66	0.66	0.96	1.00	0.75	0.79	0.88	1.00	0.92	0.88
		A-3	0.92	0.76	0.73	0.75	0.83	0.91	0.78	0.76	1.00	0.88	0.78	0.90
E-5	0.2		**0.10**	**0.10**	**0.10**	**0.10**	**0.10**	**0.06**	**0.06**	**0.07**	**0.06**	**0.09**	**0.10**	**0.06**
		A-1	0.92	0.79	0.88	0.73	0.83	0.78	1.00	0.73	0.72	0.76	0.63	0.84
		A-2	0.78	0.88	1.00	0.72	0.84	0.71	0.88	0.74	0.75	0.78	0.68	1.00
		A-3	0.84	0.76	0.82	0.68	0.88	0.73	0.91	0.79	0.81	0.82	0.69	0.86

По аналогичен начин е формулирана и втора задача за опрделеляне на най-подходящия доставчик, съгласно офертата за доставка на персонални компютри при групово вземане на решение.

Решението на оптимизазионната задача при 3 различни набора от коефициенти за експертизата на членовете и в случая на избор на 1 алтернатива е илюстрирано на Фиг. 3.4.



Фиг. 3.4. Стойности на целевата фукция при различни коефициенти за експертизата на членовете на групата

Получените резултати от численото тестване на предложения модифициран модел на претеглената сума в случая на опрделяне 1 и респективно 2 добри алтернативи при различни коефициенти за важността на оценките на експертите, са показани в Таблица 3.4 [Korsemov и др., 2018]:

Таблица 3.4. Избор на алтернативи в резултат на решенията на формулираните оптимизационни задачи

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**					**Избрана 1 алтернатива**	**Избрани 2 алтернативи**
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5		
Case-1	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A1	A1 & A3
Case-2	0.25	0.10	0.15	0.25	0.25	A3	A2 & A3
Case-3	0.27	0.12	0.13	0.18	0.30	A2	A2 & A3

Използването на различни теглови коефициенти за експертиза на членовете на групата влияе върху крайния избор на предпочитаната алтернатива. Когато се определи по-голяма тежест на тегловите коефициенти относто мненията на ИТ специалистите (E-2 и E-3), последвани от системния администратор (E-4), и накрая финансовия консултант (E-1) и управителя (E-5) като най-предпочитана алтернатива на групата се определя алтернативата A-1. При втория случай, когато тежестта пада върху финансовия консултант (E-1) и системния администратор (E-4), последвани от мнението на ИТ специалистите (E-2 и E-3) и накрая е мениджъра (E-

5), най-предпочитана алтернативата е А-3. Тритият случай определя еднакви теглови коефициенти за експертизата на членове от групата, а решение определя като най-предпочитана алтернатива А-1.

При едновревенно опрделяне на 2 добри алтелнативи за различните случаи на тегловите коефициенти за експертизата на експертитите, се получат резултатите показани в последната колона отТаблица 3.4.

Времето за решаване на оптимизационните задачи отнема няколко секунди, при използване на настолен компютър с процесор Intel i3 2.93 GHz, 4 GB RAM и операционна система MS Windows.

3.1.3. Избор на изпълнител в областта на софтуерното инженерство

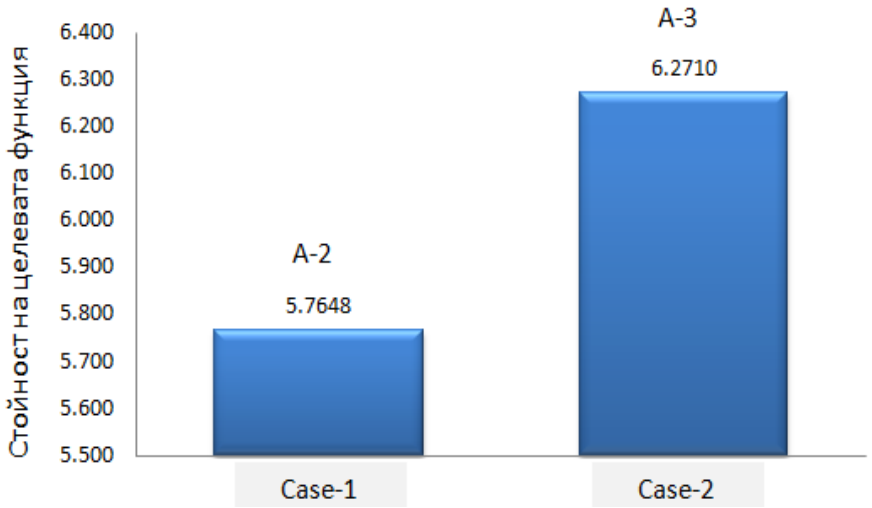
Численият пример от софтуерно инженерство, адаптиран от [Krapohpl, 2014], е описан в [Korsemov и др., 2018]. Проблемът се състои от 3 зададени алтернотиви (А-1, А-2, А-3), оценявани по 19 критерия от група от 6 експерта (Е-1, Е-2, Е-3, Е-4, Е-5, Е-6). Всеки експерт определя важността на критериите чрез задаване на съответни теглови коефициенти в съответствие с неговата гледна точка и определя оценките на алтернативите спрямо критериите. Всички тези данни заедно с нормализираните оценки на експертите за съответнствие на алтернативите по отношение на критериите са показани в Таблица 3.5.

Разгледани са два случая, съответстващи на два различни набора на теглови коефициенти, изразяващи различни нива на експертизата на членовете от групата. При Case-1, всички експерти се разглеждат с еднаква степен на експеритазата. Получените числени резултати за Case-1, показано в Таблица 3.6, е напълно идентично с получените резултати, описани в [Krapohpl, 2014, Mustakerov & Borissova, 2014] а именно избор на алтернативата А-2. Това сравнение доказва коректонстта на предложения оптимизационен модел за групово вземане на решения (2.1) – (2.5).

Таблица 3.5. Входни данни за примера от софтуерното инженерство

Експерти	Алтер-нативи	Критерии/тегла/оценки																			Коеф. за експертиза	
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	Case 1	Case 2
E-1		0.010	0.075	0.075	0.045	0.075	0.075	0.045	0.075	0.045	0.075	0.065	0.070	0.070	0.060	0.020	0.020	0.040	0.040	0.020	0.167	0.11
	A-1	2.000	9.000	9.000	10.000	3.000	4.000	8.000	6.000	5.000	2.000	6.000	2.000	1.000	3.000	5.000	7.000	10.000	4.000	4.000		
	A-2	10.000	9.000	10.000	10.000	5.000	10.000	9.000	8.000	6.000	4.000	8.000	10.000	8.000	9.000	8.000	7.000	3.000	2.000	8.000		
	A-3	8.000	3.000	6.000	8.000	3.000	5.000	7.000	5.000	6.000	10.000	7.000	6.000	5.000	4.000	4.000	7.000	5.000	1.000	3.000		
E-2		0.035	0.075	0.095	0.020	0.040	0.020	0.060	0.075	0.095	0.020	0.075	0.040	0.020	0.060	0.075	0.040	0.060	0.075	0.020	0.167	0.12
	A-1	4.000	8.000	2.000	6.000	1.000	5.000	9.000	4.000	6.000	10.000	5.000	8.000	1.000	6.000	4.000	8.000	9.000	4.000	2.000		
	A-2	5.000	8.000	4.000	2.000	10.000	5.000	6.000	7.000	10.000	8.000	9.000	1.000	2.000	5.000	10.000	9.000	8.000	6.000	8.000		
	A-3	4.000	1.000	5.000	8.000	7.000	9.000	4.000	10.000	5.000	10.000	4.000	6.000	10.000	4.000	8.000	10.000	9.000	10.000	8.000		
E-3		0.050	0.050	0.050	0.030	0.072	0.050	0.030	0.072	0.050	0.050	0.072	0.072	0.071	0.050	0.030	0.050	0.071	0.050	0.030	0.167	0.05
	A-1	6.000	7.000	8.000	4.000	9.000	3.000	4.000	6.000	8.000	8.000	6.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.000	10.000	1.000	1.000		
	A-2	8.000	7.000	7.000	8.000	7.000	7.000	10.000	8.000	6.000	8.000	8.000	7.000	8.000	8.000	6.000	9.000	4.000	1.000	6.000		
	A-3	6.000	5.000	7.000	8.000	2.000	2.000	6.000	6.000	6.000	6.000	2.000	5.000	5.000	2.000	2.000	1.000	2.000	1.000	2.000		
E-4		0.050	0.050	0.020	0.030	0.070	0.035	0.050	0.050	0.070	0.035	0.070	0.035	0.035	0.070	0.050	0.070	0.070	0.070	0.070	0.167	0.24
	A-1	1.000	7.000	7.000	4.000	1.000	1.000	2.000	2.000	2.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	7.000	1.000	1.000		
	A-2	9.000	1.000	10.000	7.000	3.000	8.000	7.000	7.000	2.000	7.000	8.000	6.000	7.000	7.000	8.000	8.000	5.000	1.000	7.000		
	A-3	8.000	1.000	8.000	6.000	8.000	7.000	7.000	7.000	5.000	9.000	7.000	6.000	7.000	6.000	8.000	7.000	8.000	1.000	6.000		
E-5		0.027	0.048	0.048	0.027	0.067	0.027	0.048	0.048	0.067	0.028	0.067	0.048	0.048	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.166	0.38
	A-1	1.000	6.000	6.000	4.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	5.000	1.000	2.000		
	A-2	9.000	2.000	9.000	8.000	2.000	7.000	5.000	5.000	1.000	6.000	9.000	6.000	6.000	8.000	8.000	7.000	4.000	1.000	6.000		
	A-3	9.000	2.000	8.000	7.000	9.000	7.000	8.000	8.000	7.000	9.000	8.000	6.000	6.000	6.000	7.000	8.000	8.000	2.000	5.000		
E-6		0.067	0.020	0.067	0.040	0.055	0.055	0.040	0.067	0.055	0.040	0.068	0.068	0.068	0.055	0.067	0.068	0.040	0.040	0.020	0.166	0.10
	A-1	1.000	7.000	7.000	3.000	1.000	1.000	8.000	2.000	8.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	10.000	1.000	1.000		
	A-2	9.000	10.000	10.000	8.000	7.000	7.000	10.000	10.000	5.000	9.000	7.000	8.000	9.000	10.000	10.000	9.000	5.000	1.000	8.000		
	A-3	2.000	10.000	10.000	2.000	9.000	3.000	8.000	3.000	9.000	9.000	2.000	5.000	5.000	7.000	8.000	7.000	7.000	1.000	6.000		

Решението на оптимизазионната задача при 2 различни набора от коефициенти за експертизата на членовете и в случая на избор на 1 алтернатива е илюстрирано на Фиг. 3.5.



Фиг. 3.5. Стойности на целевата фукция при различни коефициенти за експертизата на членовете на групата

Численото тестване при определянето на 2 предпочитани алтернативи, решението определя едновременно алтернативите А-2 и А-3 и за двата случая на претеглени коефициенти за експертите (Таблица 3.6).

Таблица 3.6. Избор на алтернатива/и при два различни набора от теглови коефициенти за експертизата на членовете на групата

Case	**Теглови коефициенти за експертизата на членовете на групата**						**Избрана 1 алтелнатива**	**Избрани 2 алтелнативи**
	E-1	**E-2**	**E-3**	**E-4**	**E-5**	**E-6**		
Case-1	0.167	0.167	0.167	0.167	0.166	0.166	А-2	А-2 & А-3
Case-2	0.110	0.120	0.050	0.240	0.380	0.100	А-3	А-2 & А-3

Тук не е известно коя от избраните две алтернативи е по-добра, но и за двете алтернативи А-2 и А-3 може да се твърди, че със сигурност са по-добри от алтернативата А-1.

3.2. Тестване на модифицирания модел на претегленото произведение при групово вземане на решения

В този раздел е описано численото тестване на предложеният модифициран модел на претегленото произведение за избор на алтернатива/и при групово вземане на решения, съгласно т. 2.2 (Глава 2). Модификацията на този модел е тествана за реални проблеми при – избор на система за планиране на корпоративни ресурси (ERP) и избор на доставчик на персонални компютри за целите на обществена поръчка

3.2.1. Избор на система за планиране на корпоративни ресурси (ERP)

Нормализираните данни от Таблица 3.1 са използвани и като изходни данни за тестването на предложения модифициран модел на претегленото произведение при групово вземане на решения (2.8) – (2.12). Формулирана е следната оптимизационна задача за избор на най-предпочитана алтернатива чрез групово вземане на решения:

(3.6) $$maximize \sum_{i=1}^{3} x_i \sum_{k=1}^{5} \lambda^k R(A_i)^k$$

при ограничения

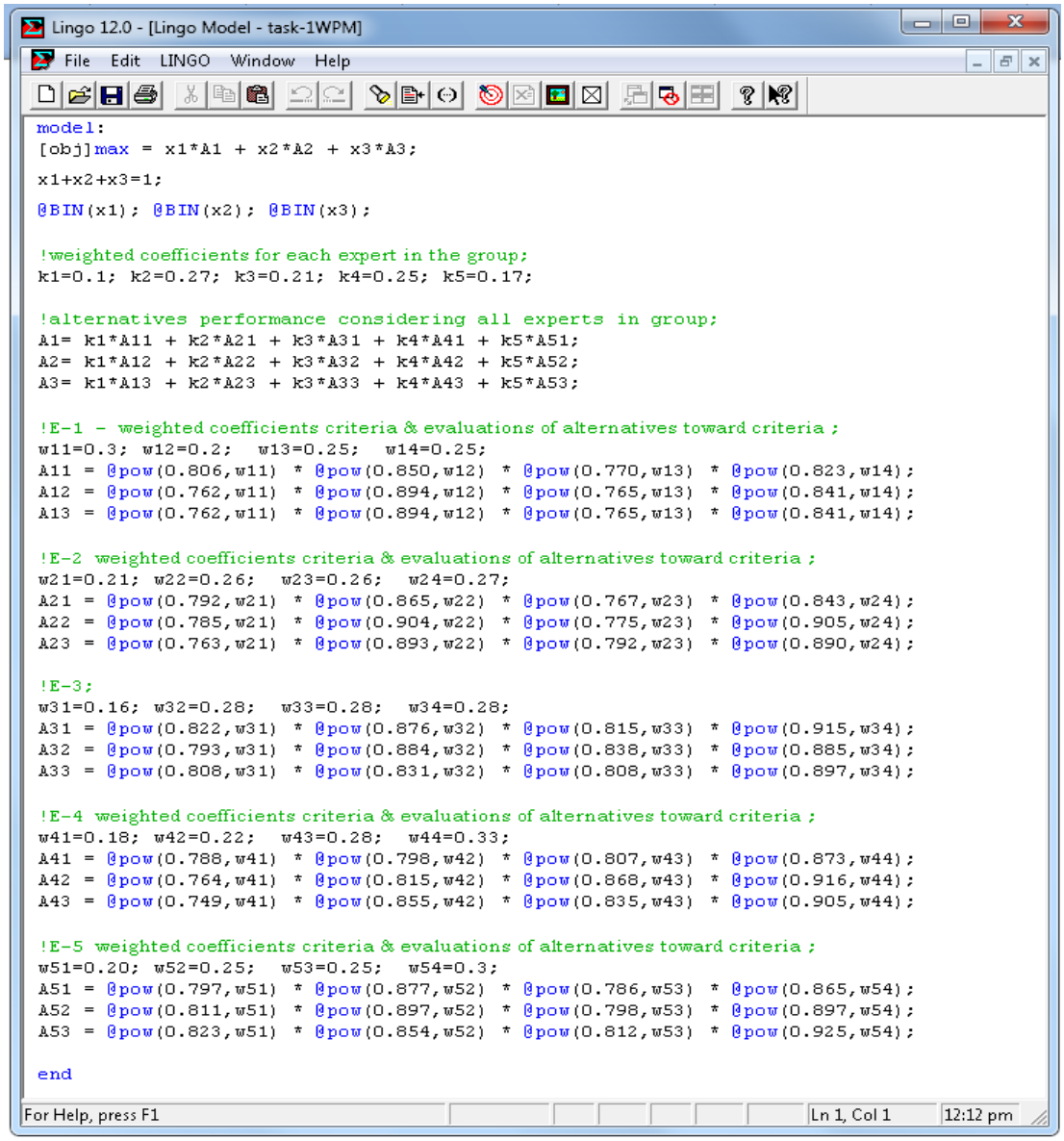
(3.7) $$\forall i = 1, 2, \ldots, 3 : (\forall k = 1, 2, \ldots, 5 : R(A_i)^k = \prod_{j=1}^{4} (e_{ij}^k)^{w_j^k}$$

(3.8) $$\sum_{j=1}^{4} w_j^k = 1, \forall k = 1, 2, \ldots, 5$$

(3.9) $$x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ x_i \in \{0,1\}$$

(3.10) $$\lambda^1 = 0.10;\ \lambda^2 = 0.27;\ \lambda^3 = 0.21;\ \lambda^4 = 0.25;\ \lambda^5 = 0.17$$

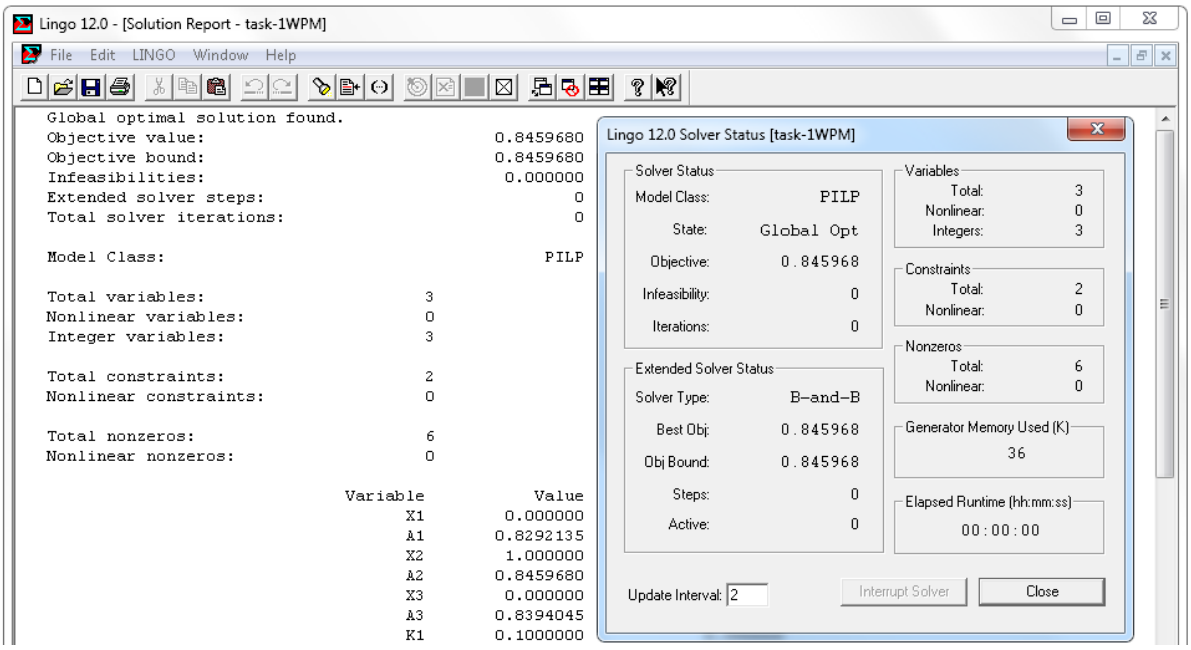
Така формулираната оптимизационна задача (3.1) – (3.5) е въведена в средата на специализирания софтуер за оптимизация Lingo v.12 (Фиг. 3.6).




```
model:
[obj]max = x1*A1 + x2*A2 + x3*A3;

x1+x2+x3=1;

@BIN(x1); @BIN(x2); @BIN(x3);

!weighted coefficients for each expert in the group;
k1=0.1; k2=0.27; k3=0.21; k4=0.25; k5=0.17;

!alternatives performance considering all experts in group;
A1= k1*A11 + k2*A21 + k3*A31 + k4*A41 + k5*A51;
A2= k1*A12 + k2*A22 + k3*A32 + k4*A42 + k5*A52;
A3= k1*A13 + k2*A23 + k3*A33 + k4*A43 + k5*A53;

!E-1 - weighted coefficients criteria & evaluations of alternatives toward criteria ;
w11=0.3; w12=0.2;  w13=0.25;  w14=0.25;
A11 = @pow(0.806,w11) * @pow(0.850,w12) * @pow(0.770,w13) * @pow(0.823,w14);
A12 = @pow(0.762,w11) * @pow(0.894,w12) * @pow(0.765,w13) * @pow(0.841,w14);
A13 = @pow(0.762,w11) * @pow(0.894,w12) * @pow(0.765,w13) * @pow(0.841,w14);

!E-2 weighted coefficients criteria & evaluations of alternatives toward criteria ;
w21=0.21; w22=0.26;  w23=0.26;  w24=0.27;
A21 = @pow(0.792,w21) * @pow(0.865,w22) * @pow(0.767,w23) * @pow(0.843,w24);
A22 = @pow(0.785,w21) * @pow(0.904,w22) * @pow(0.775,w23) * @pow(0.905,w24);
A23 = @pow(0.763,w21) * @pow(0.893,w22) * @pow(0.792,w23) * @pow(0.890,w24);

!E-3;
w31=0.16; w32=0.28;  w33=0.28;  w34=0.28;
A31 = @pow(0.822,w31) * @pow(0.876,w32) * @pow(0.815,w33) * @pow(0.915,w34);
A32 = @pow(0.793,w31) * @pow(0.884,w32) * @pow(0.838,w33) * @pow(0.885,w34);
A33 = @pow(0.808,w31) * @pow(0.831,w32) * @pow(0.808,w33) * @pow(0.897,w34);

!E-4 weighted coefficients criteria & evaluations of alternatives toward criteria ;
w41=0.18; w42=0.22;  w43=0.28;  w44=0.33;
A41 = @pow(0.788,w41) * @pow(0.798,w42) * @pow(0.807,w43) * @pow(0.873,w44);
A42 = @pow(0.764,w41) * @pow(0.815,w42) * @pow(0.868,w43) * @pow(0.916,w44);
A43 = @pow(0.749,w41) * @pow(0.855,w42) * @pow(0.835,w43) * @pow(0.905,w44);

!E-5 weighted coefficients criteria & evaluations of alternatives toward criteria ;
w51=0.20; w52=0.25;  w53=0.25;  w54=0.3;
A51 = @pow(0.797,w51) * @pow(0.877,w52) * @pow(0.786,w53) * @pow(0.865,w54);
A52 = @pow(0.811,w51) * @pow(0.897,w52) * @pow(0.798,w53) * @pow(0.897,w54);
A53 = @pow(0.823,w51) * @pow(0.854,w52) * @pow(0.812,w53) * @pow(0.925,w54);

end
```

Фиг. 3.6. Представяне на задачата (3.1) – (3.5) в средата на Lingo v.12

Решението на тази задача определя стойностите на двоичните целочислени променливи $x_2 = 1$ и $x_1 = x_3 = 0$, (Фиг. 3.7).



Фиг. 3.7. Екран от решението в средата на Lingo v.12

Следователно, решението на формулираната оптимизационна задача определя алтернативата А-2 като най-добрия групов избор и в случая на използване на предложения модифициран модел на претегленото произведение.

При наличие на изискване за определяне на 2 добри алтернативи, и в двете формулирани по-горе задачи ограничението (3.9) се променя във вида:

(3.9*) $$x_1 + x_2 + x_3 = 2,\ x_i \in \{0,1\}$$

Получените резултати решенията на оптимизационните задачи, при използването на различни коефициенти за експертизата на членовете на групата, са показани в Таблица 3.7.

Таблица 3.7. Избор на алтернативи при различни коефициенти за експертите

Case	Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата					Избрана 1 алтернатива	Избрани 2 алтернативи
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5		
Case-1	0.1	0.27	0.21	0.25	0.17	A-2	A-2 & A-3
Case-2	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A-2	A-2 & A-3
Case-3	0.35	0.13	0.12	0.20	0.20	A-3	A-2 & A-3

Резултатите определят алтернативи А-2 и А3 при използване на прпредложения модифициран модели на претегленото произведение за избор на

2 добри алтернативи в условията на групово вземане на решения. Времето за решаване на всяка задача отнема няколко секунди, като се използва Lingo solver v. 12 на компютър с процесор Intel i3 2.93 GHz и 4 GB RAM и операционна система MS Windows.

3.2.2. Избор на доставчик на персонални компютри (PCs) чрез обществена поръчка

Нормализираните оценки на представянето на алтернативите спрямо критериите, заедно с коефициентите за относителната важност на отделните критерии, показани в Таблица 3.3 са използвани за формулиране на задачи за опрделане на най-предпочитания доставчик по обществена поръчка за доставка на персонални компютри чрез групово вземане на решения. Получените резултати от численото тестване на предложения модифициран модел на претегленото произведение в случая на опрделяне 1 и респективно 2 добри алтернативи при различни коефициенти за важността на оценките на експертите, са показани в Таблица 3.8:

Таблица 3.8. Избор на алтернативи в резултат на решенията на формулираните оптимизационни задачи

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**					**Избрана 1 алтернатива**	**Избрани 2 алтернативи**
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5		
Case-1	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A3	A2 & A3
Case-2	0.25	0.10	0.15	0.25	0.25	A3	A2 & A3
Case-3	0.27	0.12	0.13	0.18	0.30	A3	A2 & A3

Трябва да се отбележи, че получените резултати в табл. 3.4 и табл. 3.8, използващи едни и същи входни данни, водят до различни резултати. Според модифицирания модел на претеглената сума в Case-1 е определена алтернативата A-1, а при изпалзаване на модифицирания модел на претегленото произведение избраната алтернатива и в трите случая е A-3. Има и различия в определените 2 добри алтернативи (последните колони от табл. 3.4 и табл. 3.8). Тези различия са пряко следствие на използваната фунция на полезност, от където следва че вида на функцията на ползност влияе върху определянето на груповото решение.

3. 3. Числено тестване на модифицираните модели на претеглената сума и претегленото произведение при групово вземане на решения в средата на MS Excel

Като се вземе предвид, че електронните таблици на MS Excel са доста популярни и често използвани, както и факта че същите разполагат с необходимите средства за решаване на оптимизационни задачи, то описаните числени примери за модифицирания модел на претеглената сума и модел на претегленото произведение при групово вземане, могат да бъдат реализирани, както е показано на Фиг. 3.8 (Korsemov и др., 2018).

В случая на използване на модифицирания модел на претеглената сума, резултатът за алтернативата А-1 за вариант (1), който се намира в клетка С27 се получава в резлутат на следната формула:

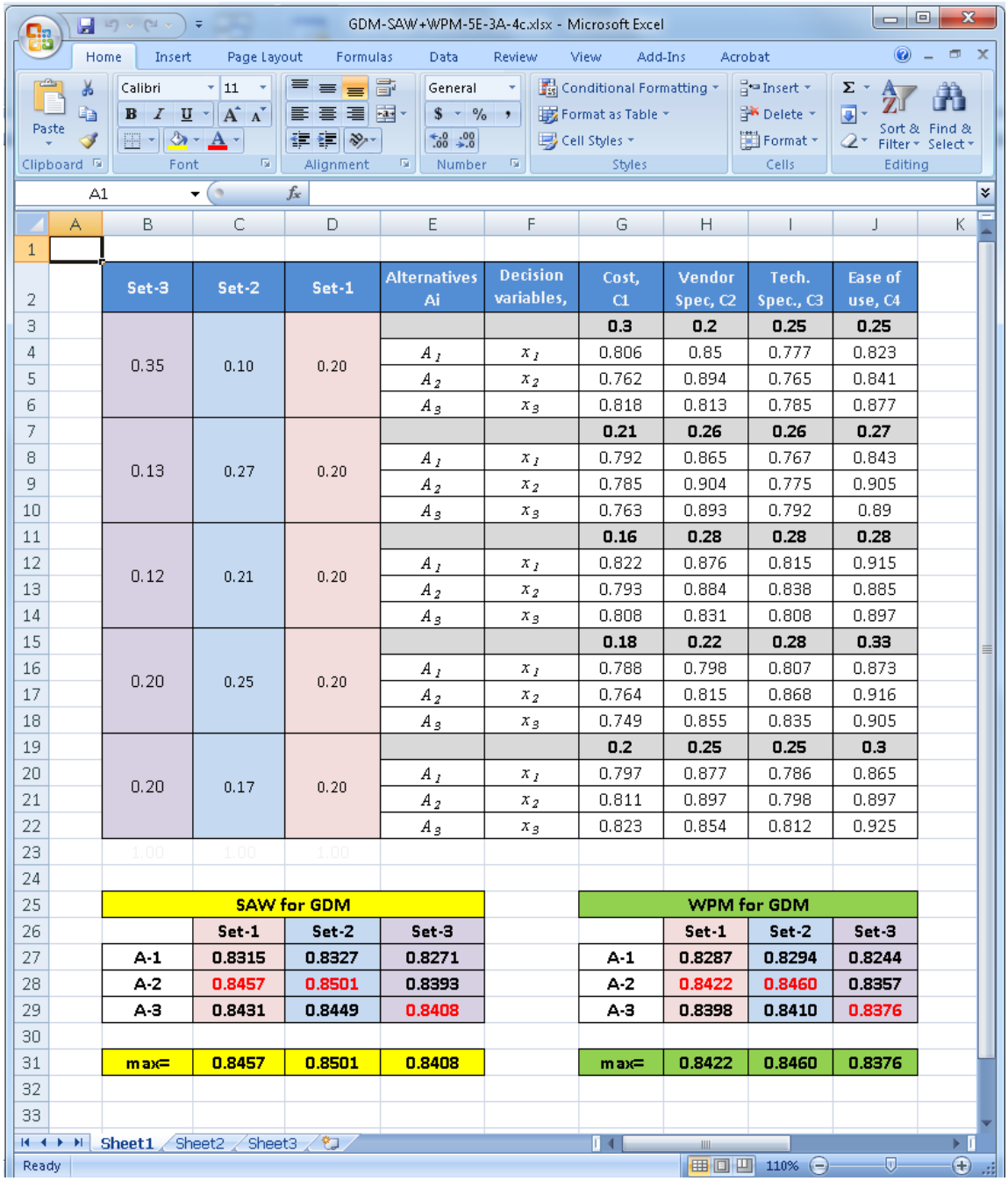
```
= D3*(G3*G4+H3*H4+I3*I4+J3*J4)+
  + D7*(G7*G8+H7*H8+I7*I8+J7*J8)+
  + D11*(G11*G12+H11*H12+I11*I12+J11*J12)+
  + D15*(G15*G16+H15*H16+I15*I16+J15*J16)+
  + D19*(G19*G20+H19*H20+I19*I20+J19*J20)
```

Резултатът за алтернативата А-2 за вариант (1), който се намира в клетка С28 се получава в резлутат на следната формула:

```
= D3*(G3*G5+H3*H5+I3*I5+J3*J5)+
  + D7*(G7*G9+H7*H9+I7*I9+J7*J9)+
  + D11*(G11*G13+H11*H13+I11*I13+J11*J13)+
  + D15*(G15*G17+H15*H17+I15*I17+J15*J17)+
  + D19*(G19*G21+H19*H21+I19*I21+J19*J21)
```

Резултатът за алтернативата А-3 за вариант (1), който се намира в клетка С29 се получава в резлутат на следната формула:

```
= D3*(G3*G6+H3*H6+I3*I6+J3*J6)+
  + D7*(G7*G10+H7*H10+I7*I10+J7*J10)+
  + D11*(G11*G14+H11*H14+I11*I14+J11*J14)+
  + D15*(G15*G18+H15*H18+I15*I18+J15*J18)+
  + D19*(G19*G22+H19*H22+I19*I22+J19*J22)
```



Set-3	Set-2	Set-1	Alternatives Ai	Decision variables,	Cost, C1	Vendor Spec, C2	Tech. Spec., C3	Ease of use, C4
					0.3	0.2	0.25	0.25
0.35	0.10	0.20	A_1	x_1	0.806	0.85	0.777	0.823
			A_2	x_2	0.762	0.894	0.765	0.841
			A_3	x_3	0.818	0.813	0.785	0.877
					0.21	0.26	0.26	0.27
0.13	0.27	0.20	A_1	x_1	0.792	0.865	0.767	0.843
			A_2	x_2	0.785	0.904	0.775	0.905
			A_3	x_3	0.763	0.893	0.792	0.89
					0.16	0.28	0.28	0.28
0.12	0.21	0.20	A_1	x_1	0.822	0.876	0.815	0.915
			A_2	x_2	0.793	0.884	0.838	0.885
			A_3	x_3	0.808	0.831	0.808	0.897
					0.18	0.22	0.28	0.33
0.20	0.25	0.20	A_1	x_1	0.788	0.798	0.807	0.873
			A_2	x_2	0.764	0.815	0.868	0.916
			A_3	x_3	0.749	0.855	0.835	0.905
					0.2	0.25	0.25	0.3
0.20	0.17	0.20	A_1	x_1	0.797	0.877	0.786	0.865
			A_2	x_2	0.811	0.897	0.798	0.897
			A_3	x_3	0.823	0.854	0.812	0.925
1.00	1.00	1.00						

SAW for GDM			
	Set-1	Set-2	Set-3
A-1	0.8315	0.8327	0.8271
A-2	0.8457	0.8501	0.8393
A-3	0.8431	0.8449	0.8408
max=	0.8457	0.8501	0.8408

WPM for GDM			
	Set-1	Set-2	Set-3
A-1	0.8287	0.8294	0.8244
A-2	0.8422	0.8460	0.8357
A-3	0.8398	0.8410	0.8376
max=	0.8422	0.8460	0.8376

Фиг. 3.8. Избор на една най-добра алтернатива чрез предложените модификацирани модел на претеглената сума и модел на претегленото произведение при групово вземане на решения

По аналогичен начин се пресмятат и стойностите за алтернативите А-2 и А3 за съответните варианти, изразяващи вариации на тегловите коефициенти за експертизата на ескпертите.

Най-доброто представяне на алтернативите спрямо трите варианта на използваните тегловите коефициенти за експертизата на ескпертите се визуализират в клетки C31, D31 и E31, като се използват следните формули:

```
= MAX(C27:C29)
= MAX(D27:D29)
= MAX(E27:E29)
```

В случая на използване на модифицирания модел на претегленото произведение, резултатът за алтернативата А-1 за вариант (1), който се намира в клетка H27 се получава в резлутат на следната формула:

```
=D3*(POWER(G4,G3)*POWER(H4,H3)*POWER(I4,I3)*POWER(J4,J3))+
 +D7*(POWER(G8,G7)*POWER(H8,H7)*POWER(I8,I7)*POWER(J8,J7))+
 +D11*(POWER(G12,G11)*POWER(H12,H11)*POWER(I12,I11)*POWER(J12,J11))+
 +D15*(POWER(G16,G15)*POWER(H16,H15)*POWER(I16,I15)*POWER(J16,J15))+
 +D19*(POWER(G20,G19)*POWER(H20,H19)*POWER(I20,I19)*POWER(J20,J19))
```

Резултатът за алтернативата А-2 за вариант (1), който се намира в клетка H28 се получава в резлутат на следната формула:

```
=D3*(POWER(G5,G3)*POWER(H5,H3)*POWER(I5,I3)*POWER(J5,J3))+
 D7*(POWER(G9,G7)*POWER(H9,H7)*POWER(I9,I7)*POWER(J9,J7))+
 D11*(POWER(G13,G11)*POWER(H13,H11)*POWER(I13,I11)*POWER(J13,J11))+
 D15*(POWER(G17,G15)*POWER(H17,H15)*POWER(I17,I15)*POWER(J17,J15))+
 D19*(POWER(G21,G19)*POWER(H21,H19)* POWER(I21,I19)*POWER(J21,J19))
```

Резултатът за алтернативата А-3 за вариант (1), който се намира в клетка H29 се получава в резлутат на следната формула:

```
=D3*(POWER(G6,G3)*POWER(H6,H3)*POWER(I6,I3)*POWER(J6,J3))+
 D7*(POWER(G10,G7)*POWER(H10,H7)*POWER(I10,I7)*POWER(J10,J7))+
 D11*(POWER(G14,G11)*POWER(H14,H11)*POWER(I14,I11)*POWER(J14,J11))+
 D15*(POWER(G18,G15)*POWER(H18,H15)*POWER(I18,I15)*POWER(J18,J15))+
 D19*(POWER(G22,G19)* POWER(H22,H19)*POWER(I22,I19)*POWER(J22,J19))
```

По аналогичен начин се пресмятат и стойностите за алтернативите А-2 и А3 за съответните варианти, изразяващи вариации на тегловите коефициенти за експертизата на ескпертите.

Най-доброто представяне на алтернативите спрямо трите варианта на използваните тегловите коефициенти за експертизата на ескпертите се визуализират в клетки H31, I31 и J31, като се използват следните формули:

=MAX(H27:H29),
=MAX(I27:I29),
=MAX(J27:J29)

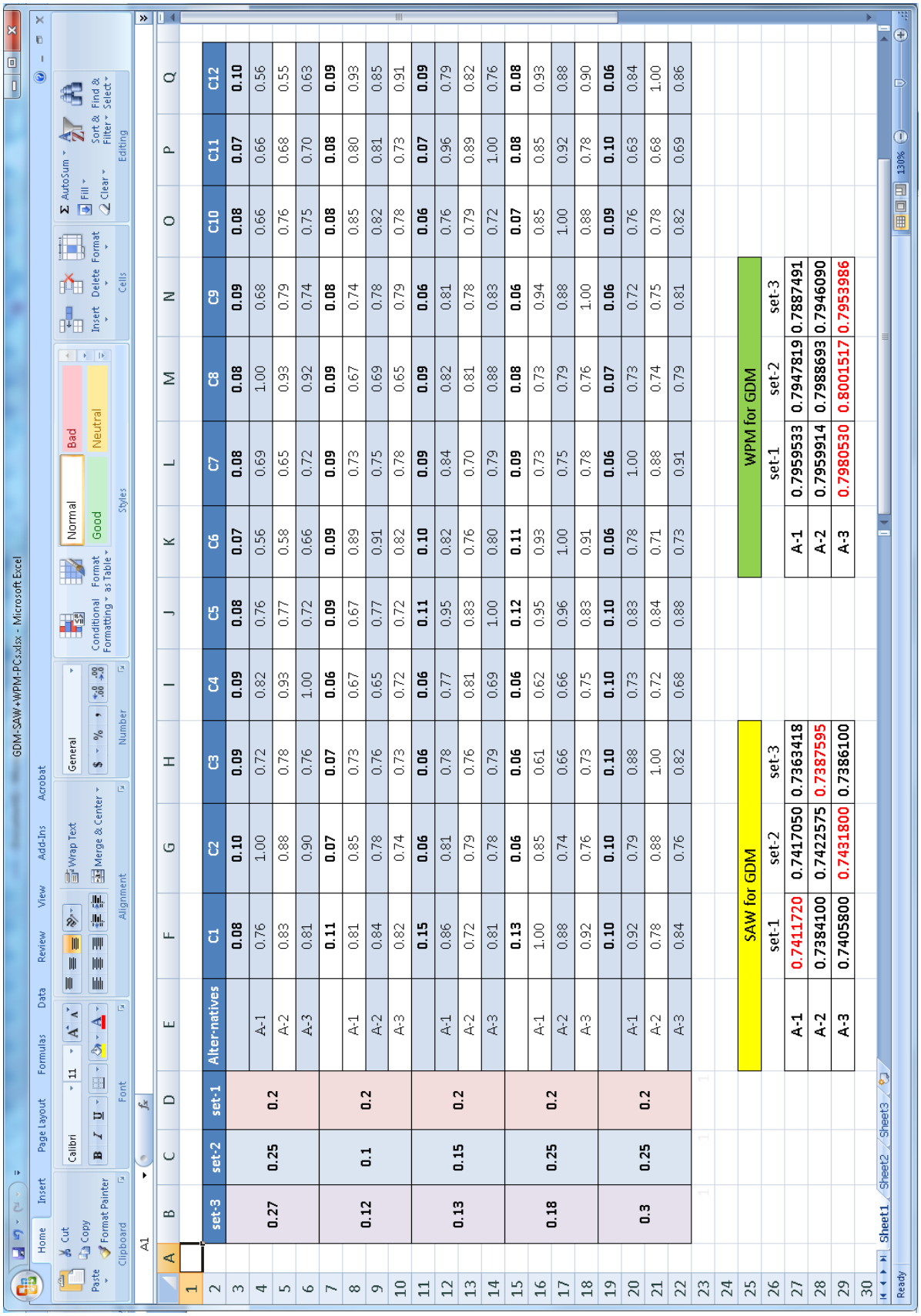
Както може да се види от показаната Фиг. 3.5, получените резултати от използваните модифицирани модели на претеглената сума и претегленото произведение при групово вземане на решения в средата на MS Excel, са идентични с получените резултати при решаването на оптимизационните задачи чрез солвера на Lingo. Малките разлики в получените стойности за целевите функции при Lingo v.12 и стойностите, показани на Фиг. 3.5, се дължат на факта, че съответните клетки на електронната таблица MS Excel, са форматирани да показват числата с точност до 4-ия знак след десетичната запетая.

Трябва да се отбележи, че освен масовото разпространенение и използване на електронната таблица MS Excel, тя има предимството, че веднъж въведени съответните формули, лесно може се отразят корекции на съответния проблем, ако това е необходимо. Като недостътък може да се отбележи, че моделите в средата на MS Excel не могат да определят едновременно няколко добри алтернативи, за разлика от задачите, решавани в средата на системата Lingo.

Примерът за избор на на доставчик на персонални компютри за целите на обществена поръчка е реализиран също в средата на MS Excel и данните са идентични с получените резултати при решаването на оптимизационните задачи чрез солвера на Lingo.

На Фиг. 3.9 са показани получените резултати от модифицираните модели на претеглената сума и претегленото произведение при групово вземане на решения.

При използването на едни и същи данни и различни модели за аграгиране на предпочиатнията на групата от експерти могат да доведат до получаването на различни групови решения. Такъв е и случая, който е показан на Фиг. 3.9.



set-3	set-2	set-1	Alter-natives	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
				0.08	**0.10**	**0.09**	**0.09**	**0.08**	**0.07**	**0.08**	**0.08**	**0.09**	**0.08**	**0.07**	**0.10**
			A-1	0.76	1.00	0.72	0.82	0.76	0.56	0.69	1.00	0.68	0.66	0.66	0.56
0.27	**0.25**	**0.2**	A-2	0.83	0.88	0.78	0.93	0.77	0.58	0.65	0.93	0.79	0.76	0.68	0.55
			A-3	0.81	0.90	0.76	1.00	0.72	0.66	0.72	0.92	0.74	0.75	0.70	0.63
				0.11	**0.07**	**0.07**	**0.06**	**0.09**	**0.09**	**0.09**	**0.09**	**0.08**	**0.08**	**0.08**	**0.09**
			A-1	0.81	0.85	0.73	0.67	0.67	0.89	0.73	0.67	0.74	0.85	0.80	0.93
0.12	**0.1**	**0.2**	A-2	0.84	0.78	0.76	0.65	0.77	0.91	0.75	0.69	0.78	0.82	0.81	0.85
			A-3	0.82	0.74	0.73	0.72	0.72	0.82	0.78	0.65	0.79	0.78	0.73	0.91
				0.15	**0.06**	**0.06**	**0.06**	**0.11**	**0.10**	**0.09**	**0.09**	**0.06**	**0.06**	**0.07**	**0.09**
			A-1	0.86	0.81	0.78	0.77	0.95	0.82	0.84	0.82	0.81	0.76	0.96	0.79
0.13	**0.15**	**0.2**	A-2	0.72	0.79	0.76	0.81	0.83	0.76	0.70	0.81	0.78	0.79	0.89	0.82
			A-3	0.81	0.78	0.79	0.69	1.00	0.80	0.79	0.88	0.83	0.72	1.00	0.76
				0.13	**0.06**	**0.06**	**0.06**	**0.12**	**0.11**	**0.09**	**0.08**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.08**
			A-1	1.00	0.85	0.61	0.62	0.95	0.93	0.73	0.73	0.94	0.85	0.85	0.93
0.18	**0.25**	**0.2**	A-2	0.88	0.74	0.66	0.66	0.96	1.00	0.75	0.79	0.88	1.00	0.92	0.88
			A-3	0.92	0.76	0.73	0.75	0.83	0.91	0.78	0.76	1.00	0.88	0.78	0.90
				0.10	**0.10**	**0.10**	**0.10**	**0.10**	**0.06**	**0.06**	**0.07**	**0.06**	**0.09**	**0.10**	**0.06**
			A-1	0.92	0.79	0.88	0.73	0.83	0.78	1.00	0.73	0.72	0.76	0.63	0.84
0.3	**0.25**	**0.2**	A-2	0.78	0.88	1.00	0.72	0.84	0.71	0.88	0.74	0.75	0.78	0.68	1.00
			A-3	0.84	0.76	0.82	0.68	0.88	0.73	0.91	0.79	0.81	0.82	0.69	0.86

SAW for GDM			
	set-1	set-2	set-3
A-1	0.7411720	0.7417050	0.7363418
A-2	0.7384100	0.7422575	0.7387595
A-3	0.7405800	0.7431800	0.7386100

WPM for GDM			
	set-1	set-2	set-3
A-1	0.7959533	0.7947819	0.7887491
A-2	0.7959914	0.7988693	0.7946090
A-3	0.7980530	0.8001517	0.7953986

Фиг. 3.9. Избор на една най-добра алтернатива чрез предложените модификацирани модел на претеглената сума и модел на претегленото произведение при групово вземане на решения

3.4. Числено тестване на модифицирания модел на SMART при групово вземане на решения

В този раздел е описано численото тестване на предложения модел на SMART за избор на една алтернатива и за избор едновременно на няколко добри алтернативи при групово вземане на решение, съгласно предложения модел в Глава 2, т. 2.3.

Като изходни данни за численото тестване на предложения модел, са използвани адаптирани данни от аналогичен проблем за избор на ERP [Efe, 2016]. За оценката на софтуера и неговия доставчик, са използвани 4-те критерия: 1) цена; 2) спецификации на доставчика; 3) технически спецификации на софтуера; и 4) лекота на използване. Критерият за цена, включва както разходите за придобиване на софтуера, така и необходимите такси за актуализиране до последната версия. Критерият за спецификации на доставчика включва възможности за обучение и консултантски услуги, наличие на сертификати, квалификация на служителите, както и репутация и референции за доставчика. Критерият за техническите спецификации акцентира върху интерфейса на предлагания софтуер, неговата функционалност, както и съвместимостта с други платформи, възможност за работа с различни файлове с данни. Критерият за лесна употреба съчетава ергономичността на софтуера и удовлетвореността от използването му, както и необходимостта от допълнително обучение и възможността за получаване на различни справки.

В този случай, задачата за избор на най-предпочитана алтернатива, се реализира от предварително зададани 5 алтернативи, които се оценяват, съгласно представените по-горе 4 критерия за оценка. Процесът на избор се реализира от група, съставена от 3 експерта: администратор на база данни (E-1), финансов консултант (E-2) и бизнес анализатор (E-3).

Получените нормализирани оценки, съответстващи на представянето на алтернативите спрямо критериите за оценка, заедно с коефициентите за относителната важност на критериите, спрямо гледната точка на всеки експерт, както и коефициентите за експертите, изразяващи експертизата на членовете на групата, са представени в Таблица 3.9.

Таблица 3.9. Нормализирана матрица на оценките за алтернативите при групово вземане на решение за избор на система за планиране на корпоративни ресурси

Група от експерти	Тегла за експертите	Алтерна-тиви	Критерии/тегла/оценки			
			Цена, C1	Спецификации на доставчика, C2	Технически спецификации на софтуера, C3	Лекота на използване, C4
E-1	0.33		0.10	0.25	0.40	0.25
		A-1	0.92757	0.89738	0.14286	0.92757
		A-2	0.55556	0.33333	0.42857	0.42857
		A-3	0.55556	0.81087	0.33333	0.42857
		A-4	0.77778	0.14286	0.89738	0.89738
		A-5	0.68785	0.46577	0.63224	0.58876
E-2	0.33		**0.50**	**0.25**	**0.10**	**0.15**
		A-1	0.55556	0.68712	0.33333	0.55556
		A-2	0.92757	0.33333	0.42857	0.92757
		A-3	0.77778	0.89738	0.42857	0.77778
		A-4	0.55556	0.92757	0.33333	0.42857
		A-5	0.46577	0.68785	0.63224	0.63224
E-3	0.34		0.15	0.15	0.30	0.40
		A-1	0.33333	0.89738	0.14286	0.33333
		A-2	0.81087	0.92757	0.24560	0.92757
		A-3	0.24560	0.24560	0.42857	0.33333
		A-4	0.33333	0.33333	0.33333	0.14286
		A-5	0.63224	0.63224	0.68785	0.46577

Като се използват нормализираните данни, от Таблица 3.9, и предложения в Глава 2, раздел 2.3, модифициран модел на SMART за избор на алтернатива за групово вземане на решение (2.13) – (2.17), е формулирана следната оптимизационна задача:

(3.11) $$maximize \sum_{i=1}^{5} x_i \sum_{k=1}^{3} \lambda^k A_i^k$$

при ограничения

(3.2) $$\forall i = 1, 2, \ldots, 5 : (\forall k = 1, 2, \ldots, 3 : A_i^k = \sum_{j=1}^{4} (w_j^k)^* e_{i,j}^k \ )$$

(3.13) $$(w_j^k)^* = \frac{w_j^k}{\sum_{j=1}^{N} w_j^k}$$

(3.14a) $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \ x_i \in \{0,1\}$$

(3.14б) $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3,\ x_i \in \{0,1\}$$

(3.15) $$\sum_{k=1}^{3} \lambda^k = 1$$

Задачата (3.11) – (3.15) е решена чрез използване на софтуерната система Lingo v.12. Решението на задачата, при използване на три различни набора от коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата и отразяващи тяхната компетенност, знания и опит, са показани в Таблица 3.10.

Таблица 3.10. Избор на алтернативи при различни коефициенти за експертите

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**			**Избрана 1 алтернатива**	**Избрани 3 алтернативи**
	E-1	E-2	E-3		
Case-1	0.33	0.33	0.34	A-2	A-2, A-3, A-5
Case-2	0.35	0.20	0.45	A-2	A-1, A-2, A-5
Case-3	0.46	0.22	0.32	A-5	A-2, A-4, A-5

От получените резултати в Таблица 3.10 се вижда, че използването на коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата, влияят на крайното решение при определянето на най-предпочитаната алтернатива. Същото може да се каже и в случая, когато е необходимо да бъдат избрани 3 добри алтернативи.

Получените резултати показват, че предложеният модифициран модел на SMART за избор на алтернатива при групово вземане на решение, е приложим в реални ситуации.

Времето за решаване на всяка задача отнема няколко секунди, като се използва Lingo solver v. 12 на настолен компютър с процесор Intel i3 2.93 GHz и 4 GB RAM и операционна система MS Windows.

3.5. Числено тестване на предложения алгоритъм с три различни стратегии при групово вземане на решения

В този раздел е описано численото тестване на представените в Глава 2, раздел 2.4, алгоритъм и модели за групово вземане на решения, при наличие на три

различни стратегии (избор на една алтернатива, избор на няколко добри алтернативи и класиране алтернативите, съгласно тяхната приемливост).

Конкретната задача е формулирана на базата на реален проблем от практиката на фирма, произвеждаща металообработващи машини с цифрово програмно управление (ЦПУ). Проблемът на фирмата е свързан с избор на доставчик за някои допълнителни елементи, необходими за окомплектоването на произвежданите машини. Съгласно определени критерии за оценка е необходимо да се направи избор от 5 потенциални доставчика (съответстващи на 5 алтернативи: А-1, А-2, А-3, А-4 и А-5). Алтернативите се оценяват съгласно критерии за оценка, описани в [Chou & Chang, 2008]: 1) единична цена на елементите; 2) наличие на отстъпка при заявка на определено колечество; 3) степен на отхвърляне при контрол на входа; 4) степен на отхвърляне от страна на клиентите; 5) време за изпълнение на поръчките; 6) гъвкавост при наличие на неочаквани поръчки; 7) способност в управлението; 8) съвместимост с производствената стратегия; 9) способности за иновации; 10) разрешаване на неочаквано възникнали проблеми.

Процесът на избор на алтернатива (доставчик), се реализира в условията на групово вземане на решение, като за целта е определена група от експерти. Групата е съставена от 5 различни мениджъри: мениджър по проектите (Е-1), мениджър на продукцията (Е-2), маркетинг мениджър (Е-3), мениджър по продажбите (Е-4) и мениджър за научноизследователска и развойна дейност (Е-5).

Съгласно описаният в Глава 2, алгоритъм за групово вземане на решения с три различни стратегии, е необходимо всичките 5 потенциални доставчика да бъдат оценени от експертите по отношение на определените по-горе 10 критерия. За всеки от критериите, по които ще се оценяват потенциалните доставчици, експертите определят съответни тегла, представляващи относителната важност за всеки конкретен критерий, спрямо гледната точка на този експерт. Получените оценки за алтернативите, спрямо определените по-горе критерии, заедно с теглата за относителната важност на всеки един от критериите, са обобщени в матрицата показана в Таблица 3.11.

Таблица 3.11. Нормализирана матрица на оценките за алтернативите при групово вземане на решения за избор на доставчик за допълнителни елементи

Експерти	Тегла за експертите	Алтер-нативи	Критерии/тегла/оценки									
			C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
E-1	0.20		0.2	1	1	0.6	1	1	0.6	1	0.6	0.4
		A-1	0.2	0.9	0.9	1	0.3	0.4	0.8	0.6	0.5	0.4
		A-2	0.8	0.9	1	0.9	0.5	0.8	0.9	0.8	0.6	0.4
		A-3	0.8	0.3	0.6	0.8	0.3	0.5	0.7	0.5	0.6	1
		A-4	0.2	0.6	0.2	0.4	0.3	0.5	0.7	1	0.4	0.4
		A-5	0.4	0.8	1	0.8	0.9	0.8	0.7	0.3	0.2	0.8
E-2	0.20		0.4	0.8	1	0.2	0.4	0.2	0.6	0.8	1	0.2
		A-1	0.4	0.8	0.2	0.6	0.1	0.5	0.9	0.4	0.6	1
		A-2	0.5	0.8	0.4	0.2	1	0.5	0.6	0.7	1	0.8
		A-3	0.4	0.1	0.5	0.8	0.7	0.9	0.4	1	0.5	1
		A-4	1	0.5	0.8	0.1	0.6	0.4	0.8	0.9	0.4	0.2
		A-5	0.8	0.9	0.1	0.2	0.5	1	0.9	0.8	0.6	0.8
E-3	0.20		0.8	0.8	0.8	0.6	1	0.8	0.6	1	0.8	0.8
		A-1	0.6	0.7	0.8	0.4	0.9	0.3	0.4	0.6	0.8	0.8
		A-2	0.8	0.7	0.7	0.8	0.7	0.7	1	0.8	0.6	0.8
		A-3	0.6	0.5	0.7	0.8	0.2	0.2	0.6	0.6	0.6	0.6
		A-4	0.8	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	1	0.1	0.7
		A-5	0.8	0.8	0.7	0.8	0.8	0.6	0.9	0.4	0.1	0.6
E-4	0.20		0.8	0.8	0.4	0.6	1	0.6	0.8	0.8	1	0.6
		A-1	0.1	0.7	0.7	0.4	0.1	0.5	0.2	0.3	0.2	0.1
		A-2	0.9	0.1	1	0.7	0.3	0.8	0.7	0.7	0.2	0.7
		A-3	0.8	0.1	0.8	0.6	0.8	0.7	0.7	0.7	0.5	0.9
		A-4	0.5	0.1	0.1	0.3	0.3	0.5	0.4	0.7	0.4	0.1
		A-5	0.7	0.8	0.6	0.7	0.7	0.8	0.8	0.5	0.1	0.7
E-5	0.20		0.6	0.8	0.8	0.6	1	0.6	0.8	0.8	1	0.6
		A-1	0.1	0.6	0.6	0.4	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1
		A-2	0.9	0.2	0.9	0.8	0.2	0.7	0.5	0.5	0.1	0.6
		A-3	0.9	0.2	0.8	0.7	0.9	0.7	0.8	0.8	0.7	0.9
		A-4	0.4	0.8	0.2	0.7	0.1	0.6	0.1	0.5	0.9	0.2
		A-5	0.6	0.9	0.6	0.6	0.8	0.8	0.7	0.4	0.1	0.6

3.5.1. Избор на една единствена най-добра алтернатива

Първият сценарий от описания алгоритъм в Глава 2 (Фиг. 2.6), изисква формулиране и решаване на оптимизационна задача, чието решение определя една единствена алтернатива. Като се вземат предвид данните от Таблица 3.4, както и описания в Глава 2 оптимизационен модел (2.18) – (2.22), е формулирана

следната оптимизационна задача за избор на една алтернатива чрез групово вземане на решение:

(3.16) $$maximize\left(\sum_{i=1}^{5} x_i \sum_{k=1}^{5} \lambda^k A_i^k\right)$$

при ограничения

(3.17) $$\forall i = 1, 2, \ldots, 5 : (\forall k = 1, 2, \ldots, 5 : A_i^k = \sum_{j=1}^{10} w_j^k e_{i,j}^k\ )$$

(3.18) $$\sum_{j=1}^{N} w_j^k = 1$$

(3.19) $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1,\ x_i \in \{0,1\}$$

(3.20) $$\sum_{k=1}^{5} \lambda^k = 1$$

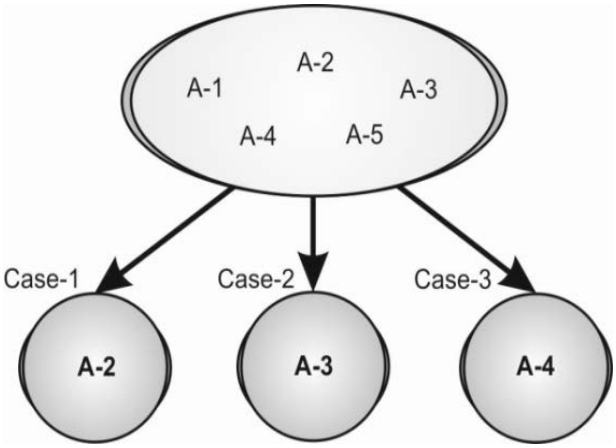
Така формулираната оптимизационна задача (3.16) – (3.20) е решена при три различни набора от коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата, вкл. компетенции, знания и опит, както е показано в Таблица 3.12.

Таблица 3.12. Избрана алтернатива при различни коефициенти за експертизата на челеновете от групата

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**					**Най-добра една групова алтернатива**
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5	
Case-1	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A-2
Case-2	0.10	0.05	0.25	0.30	0.30	A-3
Case-3	0.05	0.10	0.40	0.05	0.40	A-4

Първият случай (1) разглежда оценките всички експерти от групата с еднаква важност, спрямо придобитите знания и опит, докато случаите (2) и (3) правят разлика между участващите експерти. При случай (2) експертите E-3 и E-4 се разглеждат като най-доверени, а при третия случай (3) съществени отговорности са възложени на E-3 и E-5. Избраните алтернативи от решаването на съответните оптимизационни задачи са показани в Таблица 3.12.

Получените числени резултати за избор на една най-добра алтернатива, при 3 различни набора на тегловите коефициенти за експертизата на членовете на групата, са илюстрирани на Фиг. 3.10.



Фиг. 3.10. Избор на една най-предпочитана алтернатива

Може да се отбележи, че различните коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата, имат значително влияние върху формиране на крайното решение за избор на най-предпочитана алтернатива. В първия случай, където експертите имат еквивалентни коефициенти на участие в процеса на вземане на решение, се определя алтернативата А-2, като най-предпочитана алтернатива. В другите два случая 2 и 3, където основните отговорности са възложени на експертите Е-4 и Е-5 (съответно на Е-3 и Е-4), се определят други най-предпочитани алтернативи.

Времето за решаване на всяка задача е от порядъка на няколко секунди, като се използва Lingo solver v. 12 на настолен компютър с процесор Intel i3 2.93 GHz и 4 GB RAM.

3.5.2. Избор на няколко добри алтернативи

Когато се реализира втория сценарий от алгоритъма (Фиг. 2.6) за определяне на *k*-добри алтернативи, то в оптимизационната задача (3.16) – (3.20) се модифицира ограничението (3.19), така че решението да определи 2 добри алтернативи:

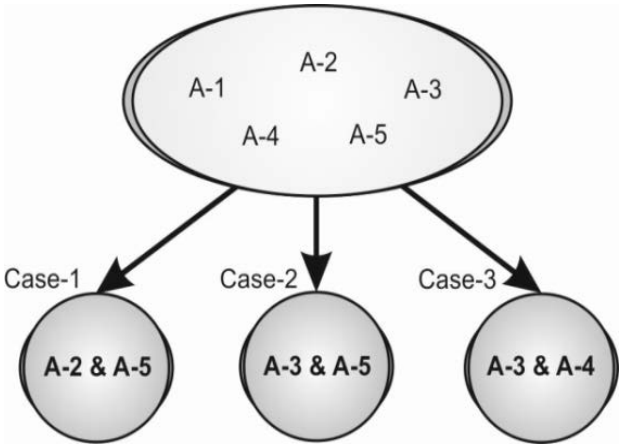
(3.19*) $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2,\ x_i \in \{0,1\}$$

Получените резултати при този сценарий са показани в Таблица 3.13.

Таблица 3.13. Избрани 2 алтернативи при различни коефициенти за експертизата на членовете от групата

Case	Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата					Две добри алтернативи
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5	
Case-1	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A-2 & A-5
Case-2	0.10	0.05	0.25	0.30	0.30	A-3 & A-5
Case-3	0.05	0.10	0.40	0.05	0.40	A-4 & A-3

Получените числени резултати за избор на две добри алтернативи, при 3 различни набора на тегловите коефициенти за експертизата на членовете на групата са илюстрирани на Фиг. 3.11.



Фиг. 3.11. Избор на 2 добри алтернативи

В първия случай, където коефициенти за експертизата на членовете от групата са равни, води до избор на алтернативите А-2 и А-5. За другите два случая, определените 2 добри алтернативи са А-3 и А-5 (за Случай 2) и съответно А-3 и А-4 (за Случай 3). При този сценарий, решението на оптимизационните задачи не осигурява информация коя от алтернативите е по-добра спрямо другата.

Определените по този сценарий *k*-добри алтернативи могат да бъдат използвани от мениджърите при формиране на крайното решение за избор на конкретна алтернатива, по други субективни критерии.

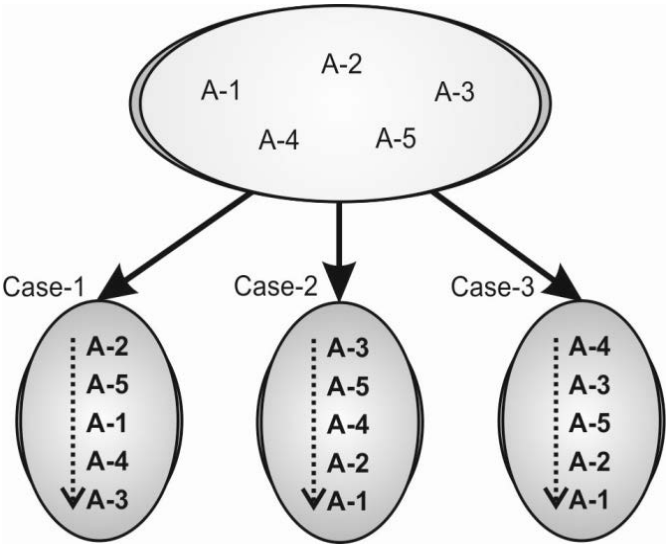
3.5.3. Класиране на всички алтернативи

Изпълнението на 3-я сценарий за класиране на всички алтернативи от предложения в Глава 2 алгоритъм (Фиг. 2.6), изисква изпълнение на алгоритъма за класиране на алтернативи (Фиг. 2.7). Съгласно този алгоритъм последователно се решава и модифицира оригиналната оптимизационна задача (3.17) – (3.21). На всяка итерация от изпълнението на алгоритъма за класиране на алтернативи броят на участващите в класацията алтернативи се намалява с 1, докато не остане само една последна алтернатива. В резултат на изпълнението на този итеративен алгоритъм се получава списък от алтернативи, подредени по тяхната степен на предпочитание. Получените резултати са показани в Таблица 3.14.

Таблица 3.14. Класиране на алтернативите при различни коефициенти за експертизата на членовете от групата

Case	**Коефициенти, изразяващи експертизата на членовете на групата**					**Класиране на алтернативите**
	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5	
Case-1	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	A-2, A-5, A-1, A-4, A-3
Case-2	0.10	0.05	0.25	0.30	0.30	A-3, A-5, A-4, A-2, A-1
Case-3	0.05	0.10	0.40	0.05	0.40	A-4, A-3, A-5, A-2, A-1

Получените числени резултати за класирането на всички алтернативи, при 3 различни набора на тегловите коефициенти за експертизата на членовете на групата са илюстрирани на Фиг. 3.12.



Фиг. 3.12. Класиране на всички алтернативи

Основната идея на предложения алгоритъм (Фиг. 2.6) за групово вземане на решение с три различни стратегии, се реализира чрез решаването на различни модификации на комбинаторни оптимизационни задачи. Симулирането на различни стратегии за процеса на вземане на решения осигурява гъвкавост при постигането на главната цел за избор на най-предпочитана алтернатива. Тази гъвкавост позволява използването на описания алгоритъм при различни реални проблеми в сферата на бизнеса, инженерството и други области на човешката дейност, когато трябва да се осъществи групово вземане на решение, като се вземе предвид и експертизата на членовете на групата, отразяваща се във важността на техните оценки.

Времето за решаване на всяка от задачите от този сценарий е от порядъка на няколко секунди, при използване на Lingo solver v. 12 на настолен компютър с процесор Intel i3 2.93 GHz и 4 GB RAM.

3.6. Числено тестване на моделите при групово вземане на решения в условията на неопределеност

Численото тестване на проблемът за групово вземане на решение в условията на неопределеност, може да бъде описан по следния начин. Необходимо е да бъде закупена специализирана софтуерна система, като са определени 3 подходящи такива, всяка с близки характеристики. Поради динамичността на икономическата среда, перспективите на фирмата могат да бъдат най-общо представени чрез 3 възможни ситуации: увеличаване на приходите, намаляване на приходите, или запазване на текущото състояние. Следователно, субектът на решенията се намира в условията на неопределеност, тъй като възможните ситуации са известни, но не се знае коя от тях ще се сбъдне и няма информация за вероятностите за реализиране на тези ситуации. Изборът на най-подходяща софтуерна система е извършен чрез анализ на приходите и разходите. Анализът на приходите и разходите може да се използва като инструмент за определяне дали инвестиционното решение е добро. Като количествен аналитичен инструмент, анализът на приходите и разходите може да се използва за подпомагане на вземането на решения [Boardman и др., 2010]. В този случай се формулира

функция на полезност, основаваща се на оценката на очакваните приходи и разходи. За разглеждания случай тя има вида:

$$CBE = \frac{Разходи}{Приходи} = \frac{C_{ac} + C_{cust} + C_{inst} + C_{test} + C_{staff} + C_{proc} + C_{file} + C_{un} + C_{lc}}{R_{lcr} + R_{kis} + R_{lc} + R_{ap}} \quad (3.21)$$

Разходите са изразени чрез сумата от разходите за: придобиване на продукта (C_{ac}), персонализиране (C_{cust}), инсталация (C_{inst}), тестване след инсталиране (C_{test}), обучение на персонала (C_{staff}), преобразуване на файлове (C_{file}), деинсталиране на старата система (C_{un}), политика за лоялни клиенти (C_{lc}). Приходите са свързани с намаляването на разходите за труд (R_{lcr}), намаляването на необходимостта от запазване на запасите (R_{kis}), подобряване на надеждността чрез нова политика за лоялни клиенти (R_{lc}), използване на повече автоматизирани процеси (R_{ap}).

По този начин, използването на анализа на приходите и разходите прави възможно оценяването на стойността на отношението разходи/приходи в резултат на реализирането на определени ситуации. Оценките за трите алтернативни варианта за избор на специализиран софтуер, използвайки (3.21) като се вземат предвид и трите възможни ситуации за увеличаване, намаляване или запазване на текущото състояние, са показани в Таблица 3.15.

Таблица 3.15. Модифицирана матрица при групово вземане на решения в условията на неопрделеност

Експерти	Коефициенти за експертизата на членовете на групата	Алтерна-тиви (A_i)	Състояния		
			Увеличаване	Намаляване	Без промяна
E-1	0.25	A-1	0.52	0.83	0.75
		A-2	0.53	0.86	0.72
		A-3	0.54	0.84	0.71
E-2	0.35	A-1	0.56	0.87	0.78
		A-2	0.55	0.80	0.74
		A-3	0.58	0.81	0.72
E-3	0.40	A-1	0.62	0.85	0.72
		A-2	0.60	0.88	0.76
		A-3	0.61	0.82	0.70

3.6.1. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Валд

Като се вземат предвид данните от Таблица 3.15, както и описания в Глава 2 оптимизационен модел (2.25) – (2.26), използващ критерия на Валд, се формулира следната оптимизационна задача за определяне на най-предпочитаната групова алтернатива:

(3.22) $$maxmin \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \lambda^k CBE_{ij}^k$$

при ограничения

(3.23) $\lambda^1 = 0.25;\ \lambda^2 = 0.35;\ \lambda^3 = 0.40$

Когато се използва песимистичният критерий на Валд, изборът се реализира от получената минимална стойност за всяка алтернатива от всички експерти, като се избира максималната стойност от така определените минимални стойности. Решението на формулираната оптимизационна задача (3.22) – (3.23) определя като най-предпочитана алтернатива алтернативата А-3.

3.6.2. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Лаплас

За численото тестване на предложения в Глава 2, избор на най-предпочитана групова алтернатива в условията на неопределеност, чрез критерия на Лаплас, са използвани данните от Таблица 3.8. Формулира се и се решава следната оптимизационна задача:

(3.24) $$max\left(\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{\lambda^k CBE_{ij}^k}{M}\right)$$

при ограничения

(3.25) $\lambda^1 = 0.25;\ \lambda^2 = 0.35;\ \lambda^3 = 0.40$

Когато се използва критерия на Лаплас, според който всички възможни състояния се разглеждат като равновероятни и няма друга допълнителна информация, то решението на оптимизационната задача (3.24) – (3.25) определя като най-предпочитана алтерантивата алтернативата А-2.

3.6.3. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Хурвиц

За численото тестване на избора на най-предпочитана алтернатива в условията на неопределност, като се използва критерия на Хурвиц, са използвани данните от Таблица 3.8. Изборът на алтернатива в този случай се реализира чрез решаването на следната оптимизационна задача:

(3.26) $$max\left\{\alpha max\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda^k CBE_{ij}^k + (1-\alpha)\min\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda^k CBE_{ij}^k\right\}$$

при ограничения

(3.27) $\lambda^1 = 0.25;\ \lambda^2 = 0.35;\ \lambda^3 = 0.40$

(3.28) $\alpha = 0.4$

За коефициента на оптимизъм е използвана стойността α = 0.4, а коефициентът на песимизъм е изразен чрез стойност (1 – α) = 0.6. Решението на задачата (3.26) – (3.28) определя като най-предпочитана алтернативата А-1. Когато коефициентът на оптимизъм се промени на α = 0.15 и респективно коефициента на песимизъм със стойност (1 – α) = 0.85, то решението на задача (3.26) – (3.28) определя като най-предпочитана алтернативата А-3.

3.6.4. Числено тестване на модела при групово вземане на решения и използване критерия на Сейвидж

За реализиране избора на най-предпочитана алтернатива в условията на неопределност, като се използва критерия на Сейвидж, е необходимо да бъде съставена матрица на загубите. Стойностите на елементите на тази матрица представляват загубите в резултат на пропуснати възможности. Изчисляването се реализира съгласно гледната точка на експертите от групата по следната формула:

(3.29) $$R_{ij}^k = \left|CBE_{ij}^k - \max CBE_{ij}^k\right|$$

Получените стойности на загубите в резултат на пропуснатите ползи, определени чрез (3.29) са показани в Таблица 3.16.

Таблица 3.16. Матрица на загубите в резултат на пропуснатите ползи

Експерти	Коефициенти за експертизата на членовете на групата	Алтерна-тиви (A_i)	Загуби в резултат на пропуснати възможности		
E-1	0.25	A-1	0.02	0.03	0
		A-2	0.01	0	0.03
		A-3	0	0.02	0.04
E-2	0.35	A-1	0.02	0	0
		A-2	0.03	0.07	0.04
		A-3	0	0.06	0.06
E-3	0.40	A-1	0	0.03	0.04
		A-2	0.02	0	0
		A-3	0.01	0.06	0.06

Като се използват данните от Таблица 3.11 и предложеният модел (2.31) – (2.33) в Глава 2, е формулирана оптимизационна задача за избор на най-предпочитана алтернатива:

(3.30) $$minmax\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda^k R_{ij}^k$$

при ограничения

(3.31) $$\forall i = 1, 2, \ldots, 3 : (\forall k = 1, 2, \ldots, 3 : R_{ij}^k = \left| CBE_{ij}^k - \max CBE_{ij}^k \right|$$

(3.32) $$\lambda^1 = 0.25; \quad \lambda^2 = 0.35; \quad \lambda^3 = 0.40$$

Решението на тази задача определея като най-предпочитана алтернатива алтернативата А-2.

3.6.5. Сравнителен анализ на предложените модели при групово вземане на решения в условията на неопределеност

В Таблица 3.17 е показано сравнение на получените резултатите от решаването на съответните задачи при използването на различни теглови коефициенти за мнението на експертите от групата и използване на различни стратегии, реализирани чрез съотвени критерии за избор в условията на неопределеност.

Таблица 3.17. Сравнение между различните критерии и избора на най-предпочитана алтернатива

Използван критерий	Тегла за експертите			Избрана групова алтернатива
Case-1	λ^1	λ^2	λ^3	
Валд	0.25	0.35	0.40	A-3
Лаплас	0.25	0.35	0.40	A-2
Хурвиц (α=0.40)	0.25	0.35	0.40	A-1
Хурвиц (α=0.15)	0.25	0.35	0.40	A-3
Сейвидж	0.25	0.35	0.40	A-2
Case-2	λ^1	λ^2	λ^3	
Валд	0.34	0.46	0.20	A-3
Лаплас	0.34	0.46	0.20	A-1
Хурвиц (α=0.4)	0.34	0.46	0.20	A-1
Хурвиц (α=0.15)	0.34	0.46	0.20	A-3
Сейвидж	0.34	0.46	0.20	A-2

Резултатите от численото тестване на предложените модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност, показват приложимостта на описаните модели, при използване на оптимизационни критерии съгласно Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж.

При използването на критерия на Валд, получените решения определят като най-предпочитана алтернативата А-3 и при двете комбинации от теглови коефициенти за експертите в групата. При избора на тази стратегия се разглеждат възможните най-лошите последици от всяка стратегия, като се избира най-малко лошата или най-добрата от тях, според гледната точка на експертите от групата.

Според критерия на Лаплас, се приема, че всички обективни условия имат еднаква вероятност за случване и липсва основание да се предполага, че един обективен фактор е по-вероятен от друг. Резултатът се получава чрез изчисляване на средно аритметичното за всяка стратегия, според гледните точки на експертите в групата и определените теглови коефициенти, като се избира стратегията с най-висок резултат. При използване на първата комбинация от теглови коефициенти за експертите (λ^1 = 0.25; λ^2 = 0.35; λ^3 = 0.40) решението определя като най-

предпочитана алтернативата А-2, докато при втората комбинация от теглови коефициенти (λ^1 = 0.34; λ^2 = 0.46; λ^3 = 0.20) най-предпочитаната алтернатива е А-1.

За разлика от критериите на Валд и Лаплас, критерият на Хурвиц изисква определяне на т. нар. *коефициент на оптимизъм*, респективно *коефициент на песимизъм*, които се прилагат към всяка стратегия, а изборът се определя от получения най-голям резултат. Разгледнани са два случая, отговарящи на две различни стойности за коефициента на оптимизъм (α = 0.40 и α = 0.15). При използване и на двете комбинации от теглови коефициенти за експертите, за конкретния пример, и стойност на коефициента на оптимизъм α = 0.40, изборът за най-предпочитана е алтернативата А-1, а при използване на α = 0.15, решението определя алтернатива А-3 като най-предпочитана алтернатива.

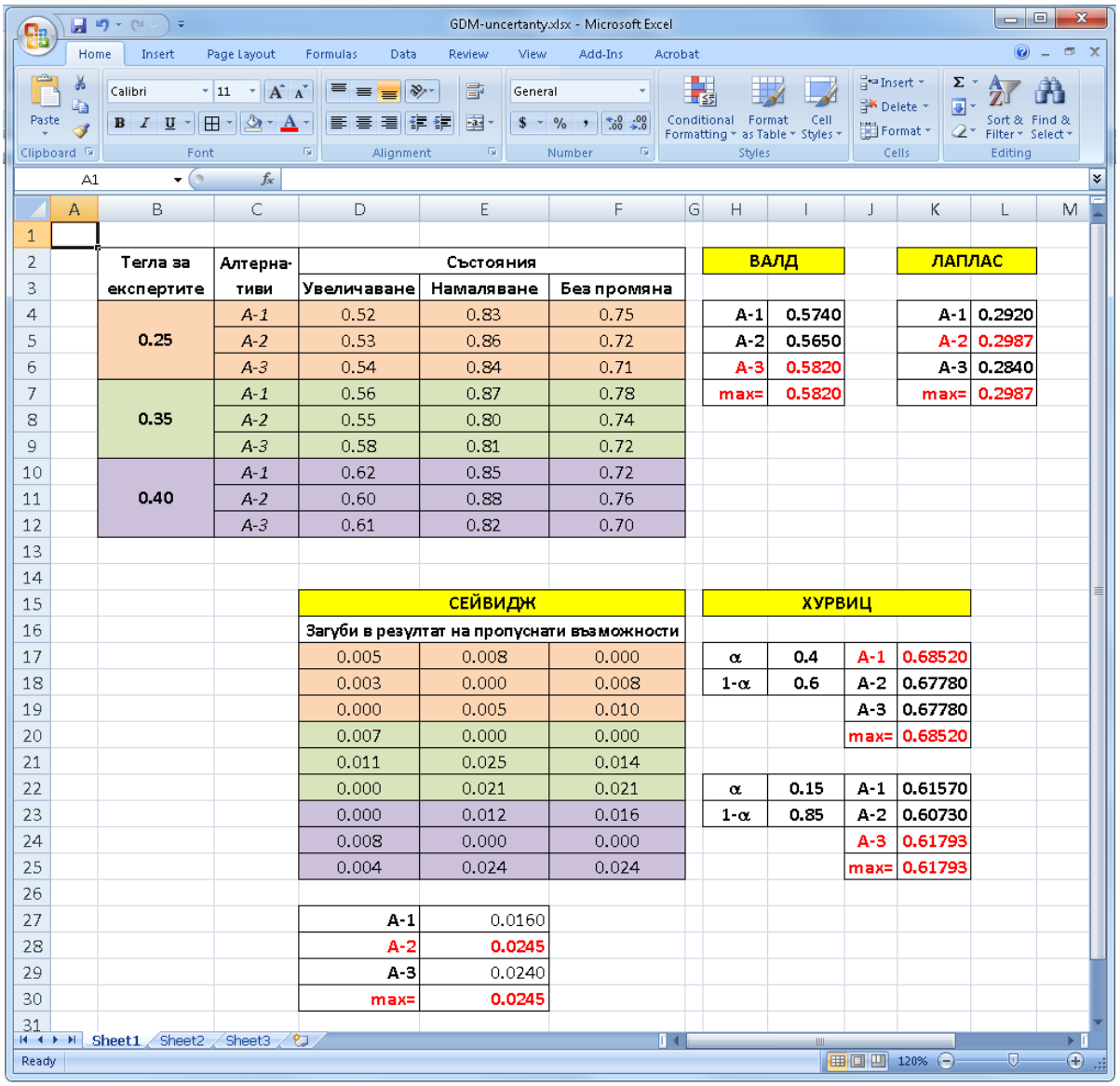
Използването на критерия на Сейвидж изиксва съставяне на *матрица на загубите* в резултат на пропуснатите ползи, като се избира тази алтернатива, чиито максимални загуби са минимални. При конкретния числен експеримент и за двете използване комбинации от теглови коефициенти за мненията на експертите, най-предпочитаната алтернатива е А-2.

В резултат на направения анализ може да се установи, че използването на различните критерии (Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж) в комбинация с гледните точки на екпертите от групата, водят до различни предпочитания при определянето на груповата алтернатива. Поради това е важно предварително да се избере най-подходящата стратегия за вземане на решения в условията на неопределеност.

Описаните в дисертационния труд модели могат да бъдат използвани и с други формулировки на използваните функции за полезност.

Предложените модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност могат да бъдат кодирани и използвани в средата на популярната и често използвана електронна таблица MS Excel, като инструмент за подпомагане на груповото вземане на решения.

На Фиг. 3.13. е показан екран от реализицията на предложените в модели, отчитащи условията на неопределеност в срадата на електронните таблици на MS Excel, като инструмент за подпомагане на груповото вземане на решения.



Тегла за експертите	Алтерна-тиви	Състояния: Увеличаване	Намаляване	Без промяна
0.25	A-1	0.52	0.83	0.75
	A-2	0.53	0.86	0.72
	A-3	0.54	0.84	0.71
0.35	A-1	0.56	0.87	0.78
	A-2	0.55	0.80	0.74
	A-3	0.58	0.81	0.72
0.40	A-1	0.62	0.85	0.72
	A-2	0.60	0.88	0.76
	A-3	0.61	0.82	0.70

ВАЛД	
A-1	0.5740
A-2	0.5650
A-3	0.5820
max=	0.5820

ЛАПЛАС	
A-1	0.2920
A-2	0.2987
A-3	0.2840
max=	0.2987

СЕЙВИДЖ: Загуби в резултат на пропуснати възможности		
0.005	0.008	0.000
0.003	0.000	0.008
0.000	0.005	0.010
0.007	0.000	0.000
0.011	0.025	0.014
0.000	0.021	0.021
0.000	0.012	0.016
0.008	0.000	0.000
0.004	0.024	0.024

A-1	0.0160
A-2	0.0245
A-3	0.0240
max=	0.0245

ХУРВИЦ			
α	0.4	A-1	0.68520
1-α	0.6	A-2	0.67780
		A-3	0.67780
		max=	0.68520
α	0.15	A-1	0.61570
1-α	0.85	A-2	0.60730
		A-3	0.61793
		max=	0.61793

Фиг. 3.13. Реализиране на предложените модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност в средата на MS Excel

Резулататите за представянето на 3-те алтернативи в случая на групово вземане на решение чрез използване на модифицирания модел на Валд се визуализират в клетки I4, I5 и I6 като за целта са използвани следните формули:

```
=B4*(MIN(D4:F4))+B7*(MIN(D7:F7))+B10*(MIN(D10:F10))
=B4*(MIN(D5:F5))+B7*(MIN(D8:F8))+B10*(MIN(D11:F11))
=B4*(MIN(D6:F6))+B7*(MIN(D9:F9))+B10*(MIN(D12:F12))
```

Най-предпочитаната групова алтернатива се опрделя в клетка I7 като се използва следната формула:

```
=MAX(I4:I6)
```

Резулататите за представянето на същите 3 алтернативи в случая на групово вземане на решение чрез използване на модифицирания модел на Лаплас се визуализират в клетки L4, L5 и L6 като за целта са използвани следните формули:

```
=MAX((B4*SUM(D4:F4)/3),(B7*SUM(D7:F7)/3),(B10*SUM(D10:F10)/3),)
=MAX((B4*SUM(D5:F5)/3),(B7*SUM(D8:F8)/3),(B10*SUM(D11:F11)/3),)
=MAX((B4*SUM(D6:F6)/3),(B7*SUM(D9:F9)/3),(B10*SUM(D12:F12)/3),)
```

Предпочитаната алтернатива на групата от гксперти се опрделя в клетка L7 като се използва следната формула:

```
=MAX(L4:L6)
```

В случая на използването на модифицирания модел на Сейвидж за групово вземане на решение се съставя и използва матрицата на загубите в резултат на пропуснати възможности в клетките D17:F25. Стойностите в тези клетки се получават като се използват следните формули в клеткте D17:D25:

```
=B4*(MAX(D4:D6)-D4)
=B4*(MAX(D4:D6)-D5)
=B4*(MAX(D4:D6)-D6)
=B7*(MAX(D7:D9)-D7)
=B7*(MAX(D7:D9)-D8)
=B7*(MAX(D7:D9)-D9)
=B10*(MAX(D10:D12)-D10)
=B10*(MAX(D10:D12)-D11)
=B10*(MAX(D10:D12)-D12)
```

По аналогичен начин се формира съдържанието на останалите клетки от матицата E17:F25.

Представялнето на 3-те алтернативи се визуализира съответно в клетки D27, D28 и D29 посредством следните формули:

```
=MAX(MAX(D17:F17),MAX(D20:F20),MAX(D23:F23))
=MAX(MAX(D18:F18),MAX(D21:F21),MAX(D24:F24))
=MAX(MAX(D19:F19),MAX(D22:F22),MAX(D25:F25))
```

Най-предпочитаната групова алтернатива се опрделя в клетка D30 като се използва следната формула:

```
=MAX(D27:D29)
```

В случая на използването на модифицирания модел на Хурвиц за групово вземане на решение се определят коефициентите на оптимизъм и песимизъм в клетки I17, I17 (респективно в I22 и I23), а представянето на алтернативите се визуализират в клетки K17, K18 и K19 (респективно в K22, K23 и K23) като се използват следните формули:

```
=I17*(B4*E4+B7*E7+B10*E10)+I18*(B4*D4+B7*D7+B10*D10)
=I17*(B4*E5+B7*E8+B10*E11)+I18*(B4*D5+B7*D8+B10*D11)
=I17*(B4*E6+B7*E9+B10*E12)+I18*(B4*D6+B7*D9+B10*D12)
```

Най-предпочитаната групова алтернатива се опрделя в клетка K20 чрез следната формула:

```
=MAX(K17:K19)
```

По този начин, предложените модели за групово вземане на решение в условията на неопределеност могат да бъдат кодирани в средата на електронна таблица MS Excel и да бъдат използвани като инструмент за групово вземане на решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд третира проблемите, възникващи при вземане на решения и в частност, на груповото вземане на решения. В много научно-приложни и приложни области се налага вземане на решения от различно естество. Необходимостта от вземането на решения възниква на различни управленски нива. Поради глобализацията и растящата конкуренция, успешните решения пряко зависят от компетентността на много и различни експерти в областта на конкретния проблем. Това води до разработване и използване на различни обосновани методи и алгоритми за групово вземане на решения. Същността на тези методи и алгоритми е да подпомага процеса на групово вземане на решения чрез вземане предвид на различни количествени и качествени критерии, както и анализ на решаваните проблеми. Целта е намиране на обоснована като най-подходяща, алтернатива на решение от крайно множество налични алтернативи, която да подобри ефикасността на решаването на съответния проблем. Всичко това обуславя актуалността на изследванията, свързани с разработването на модели и алгоритми за подпомагането на груповото вземане на решения. Важен етап от груповото вземане на решения е формирането на групата от експерти. Съществено при вземането но групово решение е да се отчете влиянието на различието на компетентностите и отговорностите на експертите в групата, върху качеството на крайното решение. Експертизата на всеки член от групата може да се определи на база на натрупан опит и знания в съответната област, които в общия случай са различни за различните експерти.

В дисертационният труд са представени модификации на модели, вземащи предвид квалификацията и опита на отделните членове на групата, участващи в групов изборна най-подходяща алтернатива. Предложени са и съответни алгоритми за практическото им приложение. Разгледани са и случаи на наличие на неопределеност при вземането на решение, когато се предполага, че целите, които трябва да бъдат постигнати са известни, но информацията за алтернативите и за бъдещите събития е непълна. Разработените модели за тези случаи използват принципите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж.

Чрез числени експерименти на предложените модели и алгоритми за групово вземане на решения на базата на реални примери е доказана тяхната практическа приложимост. Част от предложените модели и алгоритми са реализирани в подходящи софтуерни инструменти, подпомагащи груповото вземане на решения.

Като бъдещо развитие на изследванията в дисертационния труд се планира проучването на възможностите на други модели, с цел модифицирането им за групово вземане на решения, както и създаване на нови модели и алгоритми за подпомагане вземането на решения, вземащи предвид различни съществени параметри и ситуации при груповото вземане на решения.

Получените резултати, описани в дисертационния труд, са отразени в общо 7 научни публикации, като 5 от тях са в специализиране международни списания и 2 в сборници от специализирани международни конференции.

ПРИНОСИ

Получените резултати, описани в настоящия дисертационен труд, могат да се обобщят в следните научни и научно-приложни приноси:

1. Формулирани са модификации на модела на претеглената сума, модела на претегленото произведение и модела на SMART за избор на алтернатива/и в условията на групово вземане на решения. Предложените модификации вземат предвид различията в опита и знанията на експертите от групата чрез използването на теглови коефициенти, отразяващи нивото на експертизата. В модификациите на моделите има възможност както за избор на една най-добра алтернатива, така и за избор на няколко добри алтернативи. Предложените модели позволяват формулирането на комбинаторни оптимизационни задачи, чиито решения определят оптималната предпочитана алтернатива/и. Предложени са и съответни алгоритми за практическо приложение на предложените модели.
2. Предложен е обобщен алгоритъм за групово вземане на решения, интегриращ три различни стратегии: 1) за избор на една най-добра алтернатива, 2) за избор на няколко добри алтернативи, 3) за класиране на всички алтернативи. За всяка стратегия са формулирани съответни оптимизационни модели за групово вземане на решения, отчитайки експертизата на всеки член от групата.
3. Предложени са модифицирани модели за групово вземане на решения в условията на неопределеност, използващи критериите на Валд, Лаплас, Хурвиц и Сейвидж. Предложените модификации вземат предвид различията в опита и знанията на експертите от групата, чрез въвеждане на съответни теглови коефициенти за всеки експерт. Формулирани са съответни оптимизационни задачи за определянето на оптималната алтернатива, за всеки от тези критерии.
4. Разработени са електронни таблици в средата на MS Excel на част от предложените модификации на моделите за групово вземане на решения. Получените резултати от тестването на електронните таблици и чрез системата Lingo са идентични, което доказва практическата им приложимост.

СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Borissova, D., **D. Korsemov**, I. Mustakerov. Multi-attribute group decision making considering difference in experts knowledge: An Excel application. In Proc. *12th Int. Management Conference – Management Perspectives in the Digital Era, 1-2 Nov. 2018, Bucharest, Romania*, ISSN 2286-1440, pp. 387-395.
2. **Korsemov, D.**, D. Borissova, I. Mustakerov. Group decision making for selection of supplier under public procurement. In: Kalajdziski S., Ackovska N. (Eds) *ICT Innovations 2018. Engineering and Life Sciences*. ICT 2018. Communications in Computer and Information Science, Vol. 940, Springer, Cham, ISBN: 978-3-030-00824-6, DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-00825-3_5. (SJR 2017 = 0.17)
3. **Korsemov, D.**, D. Borissova, I. Mustakerov. Combinatorial optimization model for group decision-making. *Cybernetics and Information Technologies*, ISSN: 1311-9702, Vol. 18(2), 2018, pp. 65-73. (SJR = 0.204)
4. **Korsemov, D.**, D. Borissova. Modifications of simple additive weighting and weighted product models for group decision making. *Advanced Modeling and Optimization*, ISSN: 1841-4311, Vol. 20(1), 2018, pp. 101-112.
5. Borissova, D., I. Mustakerov, **D. Korsemov**, V. Dimitrova. Selection of ERP via cost-benefit analysis under uncertainty conditions. *Advanced Modeling and Optimization*, ISSN: 1841-4311, Vol. 19(2), 2017, pp. 177-186.
6. Borissova D., I. Mustakerov, **D. Korsemov.** Business intelligence system via group decision making. *Cybernetics and Information Technologies*, ISSN: 1311-9702, vol. 16(3), 2016, pp. 219-229. (SJR = 0.198)
7. Borissova, D., I. Mustakerov, **D. Korsemov**, V. Dimitrova. Evaluation and selection of ERP software by SMART and combinatorial optimization. *Advanced Modeling and Optimization*, ISSN: 1841-4311, Vol. 18(1), 2016, pp. 145-152.

СПИСЪК НА ЗАБЕЛЯЗЯНИ ЦИТИРАНИЯ

- **Korsemov, D., D. Borissova. Modifications of simple additive weighting and weighted product models for group decision making. *Advanced Modeling and Optimization*, ISSN: 1841-4311, Vol. 20(1), 2018, pp. 101-112.**
  1. Rizka, A., S. Efendi, P. Sirait. Gain ratio in weighting attributes on simple additive weighting. In: *2nd Nommensen International Conference on Technology and Engineering, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 420, 2018, 012099, doi:10.1088/1757-899X/420/1/012099.
  2. Rizka, A. Pembobotan atribut pada metode Simple Additive Weighting (SAW) menggunakan gain ratio dalam sistem pendukung keputusan. *Tesis Magister, Universitas Sumatera Utara, Departemen Teknologi Informasi*, 2018, http://repositori.usu.ac.id/handle/123456789/4945
- **Borissova, D., I. Mustakerov, D. Korsemov. Business intelligence system via group decision making. *Cybernetics and Information Technologies*, Vol. 16(3), 2016, pp. 219-229.**
  3. Nicklas Wall. The business intelligence mediator. Master's Thesis, M.Sc. Industrial Management and Engineering, Department of Industrial Economics Blekinge Institute of Technology Karlskrona, Sweden 2017, http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1137770/FULLTEXT01.pdf
- **Borissova, D., I. Mustakerov, D. Korsemov, V. Dimitrova. Evaluation and selection of ERP software by SMART and combinatorial optimization. Int. Journal Advanced Modeling and Optimization, Vol. 18(1), 2016, pp. 145-152 .**
  4. Efe, B. ERP Software Selection Based on Intuitionistic Fuzzy VIKOR Method. In book: Multi-Criteria Decision-Making Models for Website Evaluation, 2019, Pages: 17, DOI: 10.4018/978-1-5225-8238-0.ch006, https://www.igi-global.com/chapter/erp-software-selection-based-on-intuitionistic-fuzzy-vikor-method/227559

ДЕКЛАРАЦИЯ ЗА ОРИГИНАЛНОСТ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Декларирам, че настоящата дисертация съдържа оригинални резултати, получени при проведени от мен научни изследвания с подкрепата и съдействието на научния ми ръководител. Резултатите, които са получени, описани и/или публикувани от други учени, са надлежно и подробно цитирани в библиографията.

Настоящата дисертация не е прилагана за придобиване на научна степен в друго висше училище, университет или научен институт.

Подпис: .....

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Afshari, A., M. Mojahed and R. M. Yusuff. Simple Additive Weighting approach to personnel selection problem. Int. Journal of Innovation, Management and Technology, Vol. 1(5), 2010, pp. 511-515.
2. Angelova M., T. Pencheva. InterCriteria Analysis Approach for Comparison of Simple and Multi-population Genetic Algorithms Performance. In: Fidanova S. (eds) Recent Advances in Computational Optimization. Studies in Computational Intelligence, vol. 795. Springer, Cham, 2019, pp. 117-130.
3. Assari, A., T. Mahesh, E.Assari. Role of public participation in sustainability of historical city: usage of TOPSIS method. Indian Journal of Science and Technology, Vol. 5(3), 2012, pp. 2289-2294.
4. Atanassov, K., V. Atanassova, G. Gluhchev, InterCriteria Analysis: Ideas and problems, Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 21(1), 2015, pp. 81-88.
5. Baker, D., D. Bridges, R. Hunter, G. Johnson, J. Krupa, J. Murphy, K. Sorenson, Guidebook to decision-making methods, WSRC-IM-2002-00002, Department of Energy, USA. http://www.dss.dpem.tuc.gr/pdf/Decision%20 Making%20Guidebook_2002.pdf
6. Barnett,T. Group decision making, 2017, https://www.referenceforbusiness.com/management/Gr-Int/Group-Decision-Making.html
7. Behzadian, M., R.B. Kazemzadeh, A. Albadvi, M. Aghdasi. PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. European Journal of Operational Research, Vol. 200(1), 2010, pp. 198-215.
8. Boardman, A., D. Greenberg, A. Vining, and D. Weimer. *Cost benefit analysis: Concepts and practice*. 4rd ed., The Pearson Series in Economics, 2010, Pearson. 560 pages.
9. Borissova D., I. Mustakerov, D. Korsemov. Business intelligence system via group decision making. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 16(3), 2016, pp. 219-229.
10. Borissova D., I. Mustakerov. A concept of intelligent e-maintenance decision making system. Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA), 2013 IEEE International Symposium on. 19-21 June 2013, DOI: 10.1109/INISTA.2013.6577668.
11. Borissova, D., I. Mustakerov, D. Korsemov, V. Dimitrova. Evaluation and selection of ERP software by SMART and combinatorial optimization. Advanced Modeling and Optimization, ISSN: 1841-4311, Vol. 18(1), 2016, pp. 145-152.
12. Borissova, D., I. Mustakerov, D. Korsemov, V. Dimitrova. Selection of ERP via cost-benefit analysis under uncertainty conditions. Advanced Modeling and Optimization, ISSN: 1841-4311, Vol. 19(2), 2017, pp. 177-186.
13. Brans, J.P. Lingenierie de la decision. Elaboration dinstruments daide a la decision. Methode PROMETHEE. R. Nadeau, M. Landry (Eds.), Laide a la Decision: Nature, Instruments et Perspectives Davenir, Presses de Universite Laval, Qu ebec, Canada 1982, pp. 183-214.

14. Brans, J.P., B. Mareschal. Promethee Methods. In: Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. International Series in Operations Research & Management Science, Vol 78, 2005, Springer, New York, NY, pp. 163-186.
15. Chen, Chih-cheng; Chen, I-cheng; Lee, Yung-tan; Yu, Chin-hung; Kuo, Tian-shaing. Simple multiple-attribute rating technique for optimal decision-making model on selecting best spiker of World Grand Prix. International Conference on Computer, Network Security and Communication Engineering, 2014, pp. 261-263.
16. Chou S-Y, Chang Y-H. A decision support system for supplier selection based on a strategy-aligned fuzzy SMART approach. Expert Systems with Applications, Vol. 34, 2008, pp. 2241-2253.
17. Chu, M.T., J. Shyu, G.H., Tzeng, R. Khosla. Comparison among three analytical methods for knowledge communities group-decision analysis. Expert systems with applications, Vol. 33(4), 2007, pp. 1011-1024.
18. Chung, S., A. H. I. Lee, W. L. Pearn. Analytic network process (ANP) approach for product mix planning in semiconductor fabricator, Int. J. Production Economics, Vol. 96, 2005, pp. 15-36.
19. Coulter, K., J. Sarkis. An Application of the Analytic Network Process to the Advertising Media Budget Allocation Decision. The International Journal on Media Management, Vol. 8(4), 2009, pp. 164-172.
20. Curtis, G. Business Information Systems: Analysis, Design and Practice (6th Edition) Financal Times Management, 2008, 720 pages.
21. Dalkey, N. The Delphi method: An experimental study of group opinion. Santa Monica, CA: Rand Corporation. 1969, 1-79 pages.
22. Delbecq, A. L., A. H. Van de Ven, D. H.Gustafsen. Group techniques for program planning: A guide to nominal group and Delphi processes. Middleton, WI: Green Briar Press. 1986, 174 pages.
23. Di Zio, S., J. D. Castillo Rosas, L. Lamelza. Real Time Spatial Delphi: Fast convergence of experts' opinions on the territory. Technological Forecasting and Social Change, Vol. 115, 2017, pp. 143-154.
24. Diaby, V., K. Campbell, R. Goeree. Multi-criteria decision analysis (MCDA) in health care: A bibliometric analysis. Operations Research for Health Care, Vol. 2(1-2), 2013, pp. 20-24.
25. Dyer, J.S. Maut – Multiattribute Utility Theory. In: Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. International Series in Operations Research & Management Science, vol. 78. 2005, Springer, New York, NY. DOI: https://doi.org/10.1007/0-387-23081-5_7.
26. Edwards, W. How to use multiattribute utility measurement for social decision making. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 7(5), 1977, pp. 326-340.
27. Efe, B. An integrated fuzzy multi criteria group decision making approach for ERP system selection. Applied Soft Computing, Vol. 38, 2016, pp. 106–117.
28. Eichfelder, G. Adaptive Scalarization Methods in Multiobjective Optimization. Springer, Berlin Haidelberg, 2008, 217 psges.

29. El-Santawy, M. F. A VIKOR method for solving personnel training selection problem. Int. Journal of Computing Science, Vol. 1(2), 2012, pp. 9-12.
30. Feigenbaum, D. F., Ch. K. Boscardin, I. J. Frieden, E.F.D.Mathes. What should primary care providers know about pediatric skin conditions? A modified Delphi technique for curriculum development. Journal of the American Academy of Dermatology, Vol. 71(4), 2014, pp. 656-662.
31. Figueira, J. R., S. Greco, B. Roy, R. Slowinski. An overview of ELECTRE methods and their recent extensions. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, Vol. 20(1-2), 2013, pp. 61-85,
32. Figueira, J., S. Greco, M. Ehrgott. Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Springer Science & Business Media, 2005, 1045 pages.
33. Figueira, J.R., V. Mousseau, B. Roy. ELECTRE Methods. In: Greco S., Ehrgott M., Figueira J. (Eds). Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science, Vol. 233, 2016, Springer, pp. 155-186.
34. Fishburn, P.C. Additive Utilities with Incomplete Product Set: Applications to Priorities and Assignments. Operations Research, Vol. 15, No. 3 (May - Jun., 1967), pp. 537-542
35. Fulop, J. Introduction to decision making methods, 2005. pp. 1-15 http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.86.6292&rep=rep1&type=pdf,
36. Garcia-Cascales, M. S., M. T. Lamata. On rank reversal and TOPSIS method. Mathematical and Computer Modelling, Vol. 56(5-6), 2012, pp. 123-132.
37. Garmabaki, A.H.S., A. Ahmadi, M.Ahmadi. Maintenance Optimization Using Multi-attribute Utility Theory. In: Kumar U., Ahmadi A., Verma A., Varde P. (eds) Current Trends in Reliability, Availability, Maintainability and Safety. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2016, pp 13-25, DOI 10.1007/978-3-319-23597-4_2
38. Gaspars-Wieloch, H. Modifications of the Hurwicz's decision rule. Central European Journal of Operations Research, Vol. 22(4), 2014, pp. 779–794, DOI 10.1007/s10100-013-0302-y.
39. Geldermann, J., A. Schobel. On the Similarities of Some Multi-Criteria Decision Analysis Methods. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, Vol. 18, 2011, pp. 219–230.
40. Genova, K., L. Kirilov, V. Guljashki. New reference-neighbourhood scalarization problem for multiobjective integer programming. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 13, 2013, pp. 104-114.
41. Ginevicius, R., V.Podvezko. Multicriteria evaluation of Lithuanian banks from the perspective of their reliability for clients. Journal of Business Economics and Management, Vol. 9(4), 2008, pp. 257-267.
42. Goodwin, P., G. Wright. Decision Analysis for Management Judgment, New York: Wiley, 2014. 496 pages.
43. Govindan, K., M. B. Jepsen. ELECTRE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. European Journal of Operational Research, Vol. 250(1), 2016, pp. 1-29.
44. Harrell, F.E. Regression Modelling Strategies. Springer-Verlag, 2015, 522 pages.
45. Herndndez, R., Jose G. y Maria J. G. Garcia. Group decision-making through Cognition, Conviction, Collaboration, Confrontation and Action-Participation"; 7th International

Conference on Social Science Methodology, 2008, September, Campus di Monte Sant'Angelo Naples, Italy, pp. 1-16.

46. Hersey, P., K. H. Blanchard. Management of organizational behavior: International edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2008, 338 pages.
47. Hsu, C., B.Sandford. The Delphi technique: Making sense of consensus. Practical Assessment Research and Evaluation, Vol. 12(10), 2007, pp. 1-8.
48. Hwang, C. L., K. Yoon. Multiple Attribute Decision Making-Methods and Applications, A State of the Art Survey, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 1981.
49. Hwang, C.L., Y.J. Lai, T.Y. Liu. A new approach for multiple objective decision making. Computers and Operational Research, vol. 20, 1993, pp. 889-899. DOI: 10.1016/0305-0548(93)90109-v.
50. Igarashi, M., L. Boer, O. Michelsen. Investigating the anatomy of supplier selection in green public procurement. Journal of Cleaner Production, Vol. 108, Part A, 2015, pp. 442-450.
51. Ishizaka, A., S. Siraj. Are multi-criteria decision-making tools useful? An experimental comparative study of three methods. European Journal of Operational Research, Vol. 264(2), 2018, pp. 462-471.
52. Jacobs, E. E., Ch. J. Schimmel, R. L. L. Masson, R. L. Harvill. Group Counseling: Strategies and Skills, 8th Edition. Publisher: Brooks Cole, 496 pages, 2015.
53. Jahan, A., Kevin L. Edwards. A state-of-the-art survey on the influence of normalization techniques in ranking: Improving the materials selection process in engineering design. Materials and Design, Vol. 65, 2015, pp. 335-342.
54. Jakimavicius, M., S. Burinskiene. A GIS and multi-criteria-based analysis and ranking of transportation zones of Vilnius citi. Technological and Economic Development of Economy, Vol. 15(1), 2009, 39-48.
55. Kaliszewski, I., D. Podkopaev. Simple additive weighting - A metamodel for multiple criteria decision analysis methods. Expert Systems with Applications, Vol. 54, 2016, pp. 155-161.
56. Keeney, R.L., H. Raiffa. Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs. Cambridge University Press, 1993, 592 pages.
57. Kiania, B., R. Y. Lianga, J. Gross. Material selection for repair of structural concrete using VIKOR method. Case Studies in Construction Materials, Vol. 8, 2018, pp. 489-497.
58. Kleijnen, J. P. C. Scoring methods, multiple criteria and utility analysis. Performance Evaluation Review, Vol. 9(3), 1980, pp. 45-56.
59. Kocmanova, A., M. Docekalova, J. Lunacek. PROMETHEE-GAIA Method as a Support of the Decision-Making Process in Evaluating Technical Facilities. In: Hřebíček J., Schimak G., Kubásek M., Rizzoli A.E. (eds) Environmental Software Systems. Fostering Information Sharing. ISESS 2013. IFIP Advances in Information and Communication Technology, vol. 413. 2013, Springer, Berlin, Heidelberg, https://doi.org/10.1007/978-3-642-41151-9_5.
60. Kolios, A., V. Mytilinou, E. Lozano-Minguez, K. Salonitis. A comparative study of multiple-criteria decision-making methods under stochastic inputs. Energies, 2016, Vol. 9(7), 566, 21 pages; DOI:10.3390/en9070566.

61. Korsemov, D., D. Borissova, I. Mustakerov. Combinatorial Optimization Model for Group Decision-Making. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 18(2), 2018, pp. 65-73.
62. Korsemov, D., D. Borissova, I. Mustakerov. Group Decision Making for Selection of Supplier under Public Procurement. In: Kalajdziski S., Ackovska N. (eds) ICT Innovations 2018. Engineering and Life Sciences. ICT 2018. Communications in Computer and Information Science, Vol. 940, Springer, Cham, ISBN: 978-3-030-00824-6, DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-00825-3_5.
63. Korsemov, D., D. Borissova, I. Mustakerov. Multi-attribute group decision making considering difference in experts knowledge: An Excel application. In Proc. of the 12th International Management Conference "Management Perspectives in the Digital Era", November 1-2, 2018, Bucharest, Romania.
64. Korsemov, D., D. Borissova. Modifications of simple additive weighting and weighted product models for group decision making. Advanced Modeling and Optimization, Vol. 20(1), 2018, pp. 101-112.
65. Krapohl, D. A Structured methodology for group decision making. 2014, http://www.augmentedintel.com/wordpress/index.php/a-structured-methodology-for-group-decision-making/
66. Lago, P. P., M. G. Beruvides, J.-Y. Jian, A. M. Canto, A. Sandoval, R. Taraban. Structuring group decision making in a web-based environment by using the nominal group technique. Computers & Industrial Engineering, Vol. 52(2), 2007, pp. 277–295.
67. Lee, L., R. Anderson. A Comparison of Compensatory and Non-Compensatory Decision Making Strategies in IT Project Portfolio Management. International Research Workshop on IT Project Management 2009. 9. 2009, http://aisel.aisnet.org/irwitpm2009/9.
68. Liu, W., Y. Dong, F. Chiclana, F.J. Cabrerizo, E. Herrera-ViedmaGroup decision-making based on heterogeneous preference relations with self-confidence, Fuzzy Optim. Decis. Making, 16 (4), 2017, pp. 429-447.
69. Lunenburg, F. C. Conceptualizing organizational climate: Measures, research, and effects. Berkeley, CA: McCutchan, 1983.
70. Lunenburg, F. C. Decision Making in Organizations. Int. J. of Management, Business, and Administration, Vol. 15, 2011, pp. 1-9.
71. Lunenburg, F. C. Devil's Advocacy and Dialectical Inquiry: Antidotes to Groupthink. Int. J. of Scholarly Academic Intellectual Diversity, Vol. 14(1), 2012, pp. 1-9.
72. Mardani, A., A. Jusoh, K. MD Nor, Z. Khalifah, N. Zakwan & A. Valipour. Multiple criteria decision-making techniques and their applications – a review of the literature from 2000 to 2014, Economic Research-Ekonomska Istraživanja, 28:1, 2015, pp. 516-571, DOI: 10.1080/1331677X.2015.1075139.
73. Mardani, A., E. K. Zavadskas, K. Govindan, A. A.Senin, A. Jusoh. VIKOR Technique: A Systematic Review of the State of the Art Literature on Methodologies and Applications. Sustainability 2016, Vol. 8(37), DOI:10.3390/su8010037.
74. Marler, R.T., J.S. Arora. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 26, 2004, pp. 369-395.

75. Marttunen, M., J. Lienert, V. Belton. Structuring problems for Multi-Criteria Decision Analysis in practice: A literature review of method combinations. European Journal of Operational Research, Vol. 263(1), 2017, pp. 1-17.
76. Mateo, J.R.S.C. Weighted Sum Method and Weighted Product Method. In: Multi Criteria Analysis in the Renewable Energy Industry. Green Energy and Technology. Springer, London, 2012, pp. 19-22.
77. Miettinen, K., M.M. Makela. On Scalarizing Functions in Multiobjective Optimization. OR Spectrum, Vol. 24, 2002, pp. 193-213.
78. Milani, A.S., A. Shanian, R. Madoliat, J.A. Nemes. The effect of normalization norms in multiple attribute decision making models: a case study in gear material selection. Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 29(4), 2005, pp. 312-318.
79. Miljkovic, B., M. R. Zizovic, Al. Petojevic, N. Damljanovic. New Weighted Sum Model. Filomat, Vol. 31(10), 2017, pp. 2991–2998, https://doi.org/10.2298/FIL1710991M.
80. Mimovic, P. Application of multi-criteria analysis in the public procurement process optimization. Economic Themes, Vol. 54(1), 2016, pp. 103-128.
81. Mustakerov, I., D. Borissova. A Web application for group decision-making based on combinatorial optimization. In Proc. of 4th International Conference on Information Systems and Technologies, March 22-24, 2014, Valencia, Spain, pp. 46-56.
82. Narula, S. C., V. Vassilev. An Interactive Algorithm for Solving Multiple Objective Integer Linear Programming Problems. European Journal of Operational Research, 79, 1994, pp. 443-450.
83. Olson, D.L. Smart. In: Decision Aids for Selection Problems. Springer Series in Operations Research. Springer, New York, NY, 1996, 172 pages.
84. Opricovic, S., G.-H. Tzeng. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. European Journal of Operational Research, Vol. 156(2), 2004, pp. 445-455.
85. Osborn, A. F. Applied imagination. New York, NY Scribner, 1957, 379 pages.
86. Pawitan, Y. In All Likelihood: Statistical modelling and inference using likelihood. Oxford University Press, 2013, 544 pages.
87. Peneva, V., I. Popchev, Fuzzy multi-criteria decision making algorithms. Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Vol. 63(7), 2010, pp. 979-992.
88. Peneva, V., I. Popchev. Models for decision making by fuzzy relations and fuzzy numbers for criteria evaluations. Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Vol. 62(10), 2009, pp. 1217-1222.
89. Perez, I.J., F.J. Cabrerizo, S. Alonso, Y.C. Dong, F. Chiclana, E. Herrera-Viedma. On dynamic consensus processes in group decision making problems. Information Sciences, Vol. 459, 2018, pp. 20-35.
90. Podvezko, V., Mitkus, S., & Trinkuniene, E. Complex evaluation of contracts for construction. Journal of Civil Engineering and Management, Vol. 16(2), 2010, pp. 287-297
91. Principles of Management. University of Minnesota Libraries Publishing. 2015, https://doi.org/10.24926/8668.1801, http://open.lib.umn.edu/principlesmanagement/

92. Radeva, I. Multi-criteria models for clusters design. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 13(1), 2013, pp. 18-33.
93. Rao, V. R. Introduction to Multiple Attribute Decision-making (MADM) Methods. In: Decision Making in the Manufacturing Environment. Springer Series in Advanced Manufacturing. Springer, 2007, 374 pages.
94. Roeva, O., Vassilev, P., Angelova, M., Su, J., Pencheva, T. Comparison of Different Algorithms for InterCriteria Relations Calculation. IEEE 8th International Conference on Intelligent Systems, 2016, DOI: 10.1109/IS.2016.7737481
95. Roy, B. Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE). La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationelle (RIRO) (8), 5, 1968, pp. 7-75.
96. Roy, B. Multicriteria Methodology for Decision Aiding, Springer, 1996, 293 pages.
97. Saaty, R.W. The analytic hierarchy process—what it is and how it is used. Mathematical Modelling, Vol. 9(3-5), 1987, pp. 161-176.
98. Saaty, T. L. Decision Making for Leaders: The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World. RWS Publications; 3rd revised edition, 2012, 323 pages.
99. Saaty, T. L. Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. Pittsburgh, Pennsylvania: RWS Publications. ISBN 0-9620317-9-8. 1996.
100. Saaty, T. L. Decision making with the analytic hierarchy process. Int. J. Services Sciences, Vol. 1(1), 2008, pp. 83-98.
101. Saaty, T. L., L. G. Vargas. Decision Making with the Analytic Network Process. International Series in Operations Research & Management Science 195, Springer, New York, 2013, 360 pages.
102. Saaty, T.L. The analytic hierarchy process. McGraw-Hill International, New York, NY, 1980.
103. Sasanka, C. T., K. Ravindra. Implementation of VIKOR Method for Selection of Magnesium Alloy to Suit Automotive Applications. Int. Journal of Advanced Science and Technology, Vol. 83, 2015, pp. 49-58 http://dx.doi.org/10.14257/ijast.2015.83.05.
104. Schniederjans, M. J., J. L. Hamaker, A. M. Schniederjans. Information Technology Investment Decision-Making Methodology. World Scientific Publishing Company, 2010, 442 pages.
105. Schwenk, Ch., J. S. Valacich. Effects of Devil's Advocacy and Dialectical Inquiry on Individuals versus Groups. Organizational Behavior and Human Decision Processes, Vol. 59(2), 1994, pp. 210-222.
106. Seijts, G. H., G. P. Latham. The effects of goal setting and group size on performance in a social dilemma. Canadian Journal of Behavioural Science, Vol. 32(2), 2000, pp. 104-116.
107. Sivilevicius, H., Zavadskas, E. K., & Turskis, Z. Quality Attributes and Complex Assessment Methodology of the Asphalt Mixing Plant. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, Vol. 3(3), 2008, pp. 161-166.
108. Stoilov, T., K. Stoilova. Portfolio Risk Management Modelling by Bi-level Optimization. In: Lu J., Jain L.C., Zhang G. (Eds) Handbook on Decision Making. Intelligent Systems Reference Library, Springer, Berlin, Heidelberg, Vol 33, 2012, pp. 91-110.

109. Stoilov, T., Kr. Stoilova, M. Papageorgiou, I. Papamichail. Bi-level optimization in a transport network. Cybernetics and Information Technologies, Vol.15(5), 2015, pp. 37-49.
110. Stoilova, K., T. Stoilov. Decomposition Approach for Inverse Matrix Calculation, In: MATLAB - A Ubiquitous Tool for the Practical Engineer, Prof. Clara Ionescu (Ed.), InTech, 2011, pp. 111-134
111. Taylor Jrp J. M., B. N. Love. Simple multi-attribute rating technique for renewable energy deployment decisions (SMART REDD). The Journal of Defense Modeling and Simulation: Applications, Methodology, Technology. Vol 11(3), 2014, pp. 227-232.
112. Techniques of Group Decision Making, 2017, https://www.managementstudyhq.com/techniques-of-group-decision-making.html.
113. Triantaphyllou, E. Multi-Criteria Decision Making Methods. In: Multi-criteria Decision Making Methods: A Comparative Study. Applied Optimization, Vol. 44, 2000, Springer, Boston, MA, 320pages, https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3157-6_2
114. Triantaphyllou, E., B. Shu, S. Nieto Sanchez, T. Ray. Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach. Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, (J.G. Webster, Ed.), John Wiley & Sons, New York, NY, Vol. 15, 1998, pp. 175-186.
115. Triantaphyllou, E., S.H. Mann. An Examination of the Effectiveness of Multi-Dimensional Decision-Making Methods: A Decision-Making Paradox. International Journal of Decision Support Systems, Vol. 5, 1989, pp. 303-312.
116. Tsai, W-H., Pei-Ling Lee, Yu-Shan Shen, Hsiu-Ling Lin. A comprehensive study of the relationship between enterprise resource planning selection criteria and enterprise resource planning system success. Information & Management, Vol. 49, 2012, pp. 36-46.
117. Tung, L. L., A. R Heminger. The effects of dialectical inquiry, devil's advocacy, and consensus inquiry methods in a GSS environment. Information & Management, Vol. 25(1), 1993, pp. 33-41.
118. Vafaei, N., R. A Ribeiro, L. M. Camarinha-Matos. Importance of Data Normalization in Decision Making: case study with TOPSIS method. ICDSST 2015 Proc. – The 1st Int. Conf. on Decision Support Systems Technologies an EWG-DSS Conference. Theme: BIG Data Analytics for Decision-Making. B. Delibašić, J. Hernández, J. Papathanasiou, F. Dargam, I. Linden, S. Liu, R. Ribeiro, P. Zaraté (eds) Belgrade, Serbia, May 27-29, 2015, pp. 49-57.
119. Velasquez, M., P.T. Hester. An analysis of multi-criteria decision making methods. International Journal of Operations Research, 2013, Vol. 10(2), 56-66.
120. Vemic, M. B. Optimal Management Strategies in Small and Medium Enterprises. IGI Global, 2017, 437 pages.
121. Villiers, R., A. G.Woodside, R.Marshall. Making tough decisions competently: Assessing the value of product portfolio planning methods, devil’s advocacy, group discussion, weighting priorities, and evidenced-based information. Journal of Business Research, Vol. 69(8), 2016, pp. 2849-2862.
122. Vincke, J.P., Ph. Brans. A preference ranking organization method. The PROMETHEE method for MCDM Management Science, Vol. 31, 1985, pp. 641-656.
123. Vincke, P. Multi-criteria Decision-Aid, John Wiley, Chichester. 1992, 154 pages.

124. Wassenaar, A., M. van den Boogaard, Underpin-Icu Study Group, L. Schoonhoven, P. Pickkers. Determination of the feasibility of a multicomponent intervention program to prevent delirium in the Intensive Care Unit: A modified RAND Delphi study. Australian Critical Care, Vol. 30(6), 2017, pp. 321-327.
125. Wolfe, M. D. A theoretical justification for Japanese nemawashi/ringi group decision making and an implementation of a nemawashi/ringigroup decision support system. Decision Support Systems, Vol. 8(2), 1992, pp. 125-140.
126. Wu, Zh., D. L. St-Pierre, G. Abdul-Nour. Decision Making under Strict Uncertainty: Case Study in Sewer Network Planning. International Journal of Computer and Information Engineering, Vol. 11(7), 2017, pp. 815-822.
127. Yetton, P., P. Botter. The relationships among group size, member ability, social decision schemes, and performance. Organizational Behavior and Human Performance, Vol. 32, 1983, pp. 145-159.
128. Yoon, K. A reconciliation among discrete compromise situations. Journal of Operational Research Society. Vol. 38, 1987, pp. 277-286. doi:10.1057/jors.1987.44.
129. Yoon, K. P., Ch-L. Hwang. Multiple Attribute Decision Making: An Introduction. SAGE Publications, 1995, 73 pages.
130. Zanakis, S.H., A. Solomon, N. Wishart, S. Dublish. Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods. European Journal of Operational Research, Vol. 107, 1998, pp. 507-529.
131. Zavadskas, E. K., Turskis, Z., Dejus, T., & Viteikiene, M. Sensitivity analysis of a simple additive weight method. International Journal of Management and Decision Making, Vol. 8(5/6), 2007, pp. 555-574.
132. Zavadskas, E. K., Z. Turskis, J. Antucheviciene, A. Zakarevicius. Optimization of Weighted Aggregated Sum Product Assessment, Elektronika ir Elektrotechnika, Vol. 122(6), 2012, pp. 3-6.
133. Zavadskas, E.K., A. Zakarevicius, J. Antucheviciene. Evaluation of Ranking Accuracy in Multi-Criteria Decision. Informatica, Vol. 17(4), 2006, pp. 601-618.
134. Zavadskas, E.K., Z. Turskis, S. Kildiene. State of art surveys of overviews on MCDM/MADM. Technological and Economic Development of Economy, Vol. 20, 2014, pp. 165-179.
135. Zeleney, M. The attribute dynamic attitude model. Management Sciences, Vol. 23, 1976, pp. 12-25.
136. Tzimopoulos, C., D. Zormpa, C. Evangelides. Multiple criteria decision making using VIKOR method. Application in irrigation networks in the THESSALONIKI plain. Proc. 13th Int. Conf. Environmental Science and Technology Athens, Greece, 5-7 September 2013, CEST2013_0143, 8 pages.