



**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО ИНФОРМАЦИОННИ И
КОМУНИКАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ**



СЕКЦИЯ "ИНФОРМАЦИОННИ ПРОЦЕСИ И СИСТЕМИ ЗА ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ"

Красимира Донева Стоянова-Чокова

**Модели и методи за оптимизация и
управление на портфейл с използване на
времеви редове**

АВТОРЕФЕРАТ

НА ДИСЕРТАЦИЯ

**за присъждане на образователна и научна степен "доктор"
по научна специалност: 01.01.12 "Информатика"**

Научен ръководител: доц. д-р Васил Гуляшки

София, 2020 г.

Дисертацията е обсъдена и допусната до защита на разширено заседание на секция "Информационни процеси и системи за вземане на решения" на ИИКТ-БАН, състояло се на 12.03.2020 г.

Дисертационният труд е структуриран в увод, изложение от три глави, заключение, декларация за оригиналност на резултатите, списък на публикациите по дисертационния труд и библиография. Дисертационният труд е в обем от 130 страници, 17 фигури и 22 таблици, 253 цитирани литературни източника и 3 приложения.

Защитата на дисертацията ще се състои на2020 г. от часа в зала 507 на блок 2 на ИИКТ-БАН на открито заседание на научно жури в състав:

1.
2.
3.
4.
5.

Резервни членове:

1.
2.

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в стая 215 на ИИКТ-БАН, ул. "Акад. Г. Бончев", бл. 25А.

Автор: **Красимира Донева Стоянова-Чокова**

Заглавие: **Модели и методи за оптимизация и управление на портфейл с използване на времеви редове**

Увод

Математическото моделиране във финансовата сфера представлява голям научен и практически интерес, тъй като изследването на икономическите системи, като борсите, банките, застрахователните и инвестиционните компании е важно както за самите участници в тези системи, така и за държавата от гледна точка на функционирането на финансовата система. Относно математическото моделиране, в частност оптимизацията на портфейли нашата страна има приноси в трудовете на Рачев [14, 15], Стоянов [21], Стоилов [20], и др.

Един от ключовите проблеми на ЛВР се явява въпросът за адекватната оценка на бъдещата стойност. Познаването на закона за разпределението на бъдещата стойност като случайна величина е необходимо за оценка на математическото очакване, а също и на дисперсията и на други мерки за оценка на риска, използвани в рамките на модели за формиране на оптимален портфейл.

Дисертационният труд е структуриран в увод, 3 глави, заключение, приноси, списък на публикациите, декларация за оригиналност и библиография.

В първа глава са анализирани съществуващите математически модели на вземащия решение като са представени предимствата и недостатъците им. Във основа на този анализ е обоснована необходимостта от нови, интелигентни, ефективни и същевременно достатъчно точни методи и техники, каквито са еволюционните алгоритми. Определени са перспективни изследователски направления и е формулирана целта и задачите на дисертационния труд.

Във втора глава е представен предложеният двукритериален оптимизационен модел за формиране на портфейл от различни активи. За решаването на този модел е предложен и Хибриден алгоритъм за селекция на активите, формиращи портфейла. Този нов хибриден алгоритъм за селекция на портфейл се базира на комбинирането на метода на светулките (*Firefly*) и метода на търсене по шаблон/еталон (*Pattern search*). По този начин се съчетават предимствата на двата метода като се постига намиране на глобално оптимално решение (в случай, че целевата функция е мултимодална) и прецизното локализиране на оптимума с помощта на техниката на свиване на размера на мрежата до предварително зададен толеранс в метода на търсене по еталон. Използвайки предложеният двукритериален модел и хибриден алгоритъм е представена и методология за формиране на портфейл.

В трета глава са описани резултатите от проведените тестове за формулирани два модела – първият с 3 актива, на база исторически данни от 2008 г. до 2018 г., и вторият с 6 актива, използващ исторически данни от 2007 г. до 2018

г., на задачата за оптимизация на портфейл. Посредством два оптимизационни подхода Interior Point в средата Matlab и предложения нов хибриден алгоритъм за селекция на портфейл са решени съответни оптимизационни задачи, а получените резултати са сравнени по три критерия – брой итерации, брой изчисления на целевата функция и времето, за което се извършват изчисленията. Получените числени резултати показват, че предложените двукритериален модел и нов хибриден алгоритъм са приложими и ефективни при решаването на задачата за формиране на портфейл за няколко периода. Установено е, че предложеният хибриден алгоритъм намира прецизно решение при оптимизацията на портфейли за относително кратко време, което доказва неговата ефективност за решаването на реални задачи за съставяне на портфейли. Показано, че този хибриден алгоритъм преодолява един от недостатъците на точните математически методи за времеви редове свързан със значителната им изчислителна сложност.

В заключението е направено резюме и анализ на получените резултати и са посочени насоки за бъдещи изследвания.

Глава 1. Анализ на моделите и методите за оптимизация и управление на портфейл

В първа глава е представено математическо моделиране на действията на вземащия решение като обусловено от адекватното описание на неопределеността, необходимостта от измерване на статистическите закономерности, отчитане и измерване на огромен обем динамично променяща се информация. Управлението на инвестиционен портфейл е ключов основен процес при боравенето с инвестициите във финансовата област. Изборът на инвестиционна политика включва дефиниране на целите на инвеститора и на обема на инвестициите, оценка на видовете активи и избор на най-изгодните от тях при отчитане на факторите доходност и риск. От гледна точка психология за изучаване на причините и особеностите на човешкото поведение са разгледани класическите модели за формиране на оптимален инвестиционен портфейл и модели, отчитащи динамиката в стойността на различните финансови инструменти, оценката на параметрите на основа на статистически данни. Във основа на този анализ е обоснована необходимостта от нови, интелигентни, ефективни и същевременно достатъчно точни методи и техники, каквито се явяват еволюционните алгоритми.

В резултат на направения обзор е формулирана целта на дисертационния труд, а именно: да се предложат модели и методи/алгоритми за оптимизация на портфейл с използването на времеви редове във финансовата област. За

реализирането на тази цел е необходимо да се изпълнят следните конкретни задачи:

- ✚ Да се направи обзор на съществуващите еволюционни еднокритериални и многокритериални алгоритми за оптимизация на портфейл.

- ✚ Да се предложи модел за оптимизация на портфейл, който да гарантира определени свойства на портфейла.

- ✚ Да се предложи подход/методология за оптимизация на портфейл с използване на времеви редове.

- ✚ Да се предложи алгоритъм за оптимизация и управление на портфейл при зададен/и критерий/и, който да е достатъчно точен и бърз.

- ✚ Да се проведат числени експерименти за тестване работоспособността на предложените модели и алгоритми.

- ✚ Да се разработи инструментариум от програмни модули на Matlab, позволяващ реализацията на горните задачи.

Глава 2. Оптимизация чрез комбинация на FFA-PS. Хибриден еволюционен алгоритъм и методология за селекция на портфейл.

В тази глава е описан предложеният двукритериален оптимизационен модел и предложеният хибриден алгоритъм за решаване на задачата за оптимизация и управление на портфейл при зададени ограничения. Представена е и обобщена методология за формиране на портфейл.

2.1. Модел на портфейл за няколко периода

Проучванията на поведенческата портфейлна теория показват, че инвеститорите могат да имат множество когнитивни изкривявания (например ментално счетоводство, загуба на охота, и т.н.), които играят важна роля в процеса на вземане на решения [16, 22].

2.1.1 Изходни условия на задачата на портфейл за няколко периода

Нека са дадени един безрисков актив a_0 и n рискови активи $\{a_1, \dots, a_n\}$ в сигурен (регулиран) пазар за търговия. Инвеститор иска да направи инвестиционна стратегия за няколко периода, където инвестиционния интервал е разделен на T периоди. Да предположим, че инвеститорът притежава портфейл $X(t) = [x_{0,t}, x_{1,t}, \dots, x_{n,t}]^T$ в момента t , където $x_{0,t}$ означава стойност на безрисковия актив a_0 в момента t , и $x_{i,t}$ означава стойност на рисковия актив a_i в момента t , $i = 1, \dots, n$, $t = 0, \dots, T$. Инвеститорът може динамично да променя портфейла в края на всеки период на

базата на реализираната възвръщаемост и актуализираната информация за пазара на ценни книжа.

Нека $r_{0,t}$ и $r_{i,t}$ са възвръщаемостта на безрисковия актив a_0 и рисковия актив a_i в периода t респективно, $i = 1, \dots, n$, $t = 1, \dots, T$. Тогава стойността на актива a_i в момента t се представя така:

$$x_{i,t} = (r_{i,t} + 1)^{x^+}_{i,t-1}, i = 0, 1, \dots, n, t = 1, \dots, T \quad (2.1)$$

При използване на рекурсивно отношение в инвестиция за няколко периода, формулата (2.1) може да бъде представена като:

$$x_{i,t} = g_i(1,t)x_{i,0} + \sum_{j=1}^t g_i(j,t)\Delta x_{i,j-1}, i = 0, 1, \dots, n, t = 1, \dots, T; \quad (2.2)$$

където $g_i(j,t)$ означава натрупаната възвръщаемост на актива a_i от периода j до периода

$$t, g_i(j,t) = (r_{i,t} + 1)(r_{i,t-1} + 1) \dots (r_{i,j} + 1), g_i(t,t) = r_{i,t} + 1.$$

От (2.2), стойността на портфейла за няколко периода в момента t се представя чрез

$$W_t = \sum_{i=0}^n x_{i,t} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^t g_i(j,t)\xi_{i,j-1}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$\text{където } \xi_{i,0} = x_{i,0}, \xi_{i,j} = \Delta x_{i,j}; i = 0, 1, \dots, n; j = 1, \dots, T-1.$$

2.1.2 Подходът устойчива оптимизация

Целта на устойчивата оптимизация е да се намери решение, което е допустимо за всички възможни реализации на данни и е оптимално за определено ниво на консерватизъм, следвайки нотацията в [4]. В [16] дефинират параметъра $\Gamma_t \in \mathbb{R}^+$ и подмножеството S_t за контрол на нивото на консерватизъм в W_t , където $\Gamma_t \in [0, |J_t|]$, $S_t \subseteq J_t$, $|S_t| = \lfloor \Gamma_t \rfloor$ and $J_t = \{(i, j) | i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, t\}$.

2.2 Динамична теория на перспективите за стойността на функцията

Стойността на функцията въведена от теория на перспективите в [13] се изразява чрез

$$PV(W) = \begin{cases} (W - \hat{y})^\alpha, W \geq \hat{y} \\ -\lambda(\hat{y} - W)^\beta, W < \hat{y} \end{cases} \quad (2.9)$$

където PV означава стойността на функцията според теория на перспективите и представлява стойността на портфейла; λ означава съотношението

загуба на охота; $\hat{y}$ означава дадената референтна стойност; α и β означават параметрите на кривината за печалбите и загубите, съответно. Тверски и Канеман [23] експериментално определят стойностите на $\alpha = \beta = 0,88$; $\lambda = 2,25$, което се счита подходящо за описание поведението на повечето вземащи решения и се ползва за направата на оптимално вземане на решения.

2.3 Двукритериален модел за оптимизация на портфейл

При задачите на многокритериалната оптимизация няколко критерия се оптимизират едновременно и в общия случай не съществува единствена алтернатива, която да оптимизира всичките критерии. За разлика от еднокритериалната оптимизация, решението на многокритериалната задача може да се разглежда по-скоро като концепция, отколкото дефиниция. При този тип оптимизация, обикновено не съществува оптимално решение, удовлетворяващо всички критерии, а най-често поне два от критериите са в конфликт, т. е. подобряването на един от критериите води до влошаването на поне един друг критерий сред останалите критерии в задачата. Поради това се налага да се направи набор на компромисно решение, което да удовлетворява в достатъчна степен предпочитанията на лицето, вземащо решения. В класическата теория на Хари Марковиц за построяването на оптимален портфейл се разглеждат два критерия (две функции): функцията на възвръщаемост $f_{\text{възвръщаемост}}(x)$, която трябва да се максимизира и функцията на риска $f_{\text{риск}}(x)$, която трябва да се минимизира.

Въз основа на подробно изложение в дисертационния труд се предлага следната *модификация* на класическия модел на Марковиц (1.1):

$$\min_x \frac{1}{2} x^T \zeta x$$

(2.22)

$$\max_x \mu^T x \tag{2.23}$$

при ограничения:

$$|\sum_{i=1}^n x_i^2 - \text{div_target}| \leq 0,05, \tag{2.24}$$

$$\sum_{i=0}^n \Delta x_{i,t} + \sum_{i=1}^n c_{i,t} \mid \Delta x_{i,t} \mid = 0, \quad t = 1, \dots, T-1; \tag{2.25}$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i) = 1 \tag{2.26}$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i, i = 0, 1, \dots, n; t = 1, \dots, T - 1. \quad (2.27)$$

Така формулираният двукритериален модел (2.22) – (2.27) има за цел едновременно да оптимизира два взаимно противоречиви критерия, а именно да минимизира риска и едновременно с това се максимизира печалбата/доходността/възвръщаемостта.

Предимствата на така формулирания оптимизационен модел (2.22) – (2.27) са следните: чрез използване на ограничението (2.24) се постига осигуряване на търсената диверсификация на портфейла; чрез ограничението (2.25) се осигурява устойчивост на модела, задължавайки инвеститора да се вмести в границите само на първоначално използвания капитал; ограниченията (2.27) задават долните и горните граници на всеки от активите, участващи в портфейла и са свързани с относителната диверсификация на портфейла; чрез равенството (2.26) се гарантира, че за активите ще бъдат използван точно 100% от инвестирания капитал; формулирането на съответни оптимизационни задачи, на база предложения двукритериалния модел (2.22) – (2.27) дава възможност решенията на тези задачи да определят Парето-оптимални решения, т.е. комбинацията от активи, формиращи портфейла.

Недостатъците на двукритериалния оптимизационен модел (2.22) – (2.27) са следните: критерият (2.22) и ограничението (2.24) са нелинейни. Това води до изключителната чувствителност на решенията към всяка промяна на входните параметри. Намирането на глобално оптимално решение в случая е NP-трудна задача [10]. Също така получаването на представителна извадка от решения по целия Парето-фронт е трудоемка задача.

Поради това за формулирания по-горе многокритериален оптимизационен модел (2.22) – (2.27) е необходимо да бъде избран подходящ подход за решаване. За решаването на модела (2.22) – (2.27) е избран скаларизационният подход като моделът се преформулира в еднокритериален използвайки метода на ε -ограниченията на Хаимес, Лесдън и Уисмър [11], аналогично на модела средна вариация (Mean-Variance) на Марковиц (1.26) – (1.29). Чрез този метод се оптимизира един от критериите, а останалите критерии се трансформират в ограничения. Така се генерират доказано слабо Парето-оптимални решения [19]. В конкретния случай критерият (2.23) за максимизиране на възвръщаемостта се преформулира във вид на ограничение, при което се изисква възвръщаемостта да е по-голяма или равна на зададен процент R (виж 2.29). **Окончателният вид на**

предложената модификация на модела (1.1) и модела (1.26) – (1.29) чрез добавянето на допълнителните ограничения (2.24) и (2.25) е:

$$\min_x \frac{1}{2} x^T \zeta x \quad (2.28)$$

при ограничения:

$$\mu^T x \geq R \quad (2.29)$$

$$|\sum_{i=1}^n x_i^2 - \text{div_target}| \leq 0,05, \quad (2.30)$$

$$\sum_{i=0}^n \Delta x_{i,t} + \sum_{i=1}^n c_{i,t} |\Delta x_{i,t}| = 0, \quad t = 1, \dots, T-1; \quad (2.31)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i) = 1 \quad (2.32)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i, \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T-1. \quad (2.33)$$

За генериране на множество от решения по Парето фронта е предложена следната методология:

i. Решава се серия от 10 оптимизационни задачи при различен процент на минимална възвръщаемост R в ограничението (2.29). При това R приема стойностите: {6%, 6,5%, 7%, 7,5%, 8%, 8,5%, 9%, 9,5%, 10%, 10,5%}. В резултат се генерират 10 точки по Парето-фронта и се дава възможност на инвеститора или лицето, вземащо решения (ЛВР) да изберат подходящото финално компромисно решение.

ii. За целева стойност на диверсификацията се приема $\text{div_target} = 0,33333$.

iii. За долна граница за всеки актив се приема стойност 0, а за горна граница се приема стойността на целия капитал.

iv. Новото в предложения модел (2.28) – (2.33) в сравнение с моделите в [7, 17] се изразява в отчитане на негативните поведенчески характеристики на инвеститора или ЛВР и осигуряване на устойчивост чрез ограничението (2.31) като не се излиза от границите на първоначалния капитал. Освен това чрез ограничението (2.30) се гарантира достатъчна степен на диверсификация на получения оптимален портфейл. Варирайки стойността на R в ограничението (2.29) в краен резултат се получава оптимален портфейл с желания процент възвръщаемост.

2.4 Хибриден еволюционен алгоритъм за оптимизация на портфейл на база метода на светулките и метода Pattern search

Трябва да се отбележи, че формулираният модел (2.28) – (2.33) води до решаването на комплексна NP-трудна задача на нелинейното програмиране. Традиционните техники за устойчива оптимизация [2, 3, 5] може да не успеят да намерят търсеното оптимално решение. За да се реши ефективно задачата за оптимизация на портфейл, се предлага нов хибриден алгоритъм за селекция на портфейл базиран на метода на светулките (*Firefly*) и метода на търсене по шаблон/еталон (*Pattern search*). По такъв начин се съчетават възможността за намиране на глобално оптимално решение (в случай, че целевата функция е мултимодална) и прецизното локализиране на оптимума с помощта на техниката на свиване на размера на мрежата до предварително зададен толеранс (точност) на определяне на решението в техниката на търсене по шаблон/еталон.

Предложеният хибриден алгоритъм за оптимизация на портфейл на база FFA-PS се реализира чрез изпълнение на описаните по-долу стъпки:

Стъпка 1. Определяне на FFA параметрите: α , β_0 и γ . Задаване на лимит на итерациите – $itlim$. Задаване на лимит на разнородност – $divlim$. Инициализирана на брояча на итерациите $k = 0$ и брояча на диверсифициранията $divcount = 0$.

Стъпка 2. Инициализация на S позиции на светулките $\{P^k(1), \dots, P^k(S)\}$, посредством стратегия за двустепенна инициализация [12, 16].

While (Повтаряй докато се подобрява яркостта на поне една светулка):

Стъпка 3. За всяка светулка $P^k(i)$ да се намери най-ярката светулка, която може да се види.

Стъпка 4. Изчисляване на нови позиции на светулките и актуализирана на рояка светулки. Обновяване на брояча на итерациите: $k = k + 1$. Проверка на критерия за спиране и ако е изпълнен – преминаване към Стъпка 6.

End While (Край на цикъла)

Стъпка 5. Ако $\text{mod}(k/100) = 0$, стартирана на процедурата *Pattern search*.

Стъпка 6. Показване на намерения най-добър резултат на лицето вземащо решение.

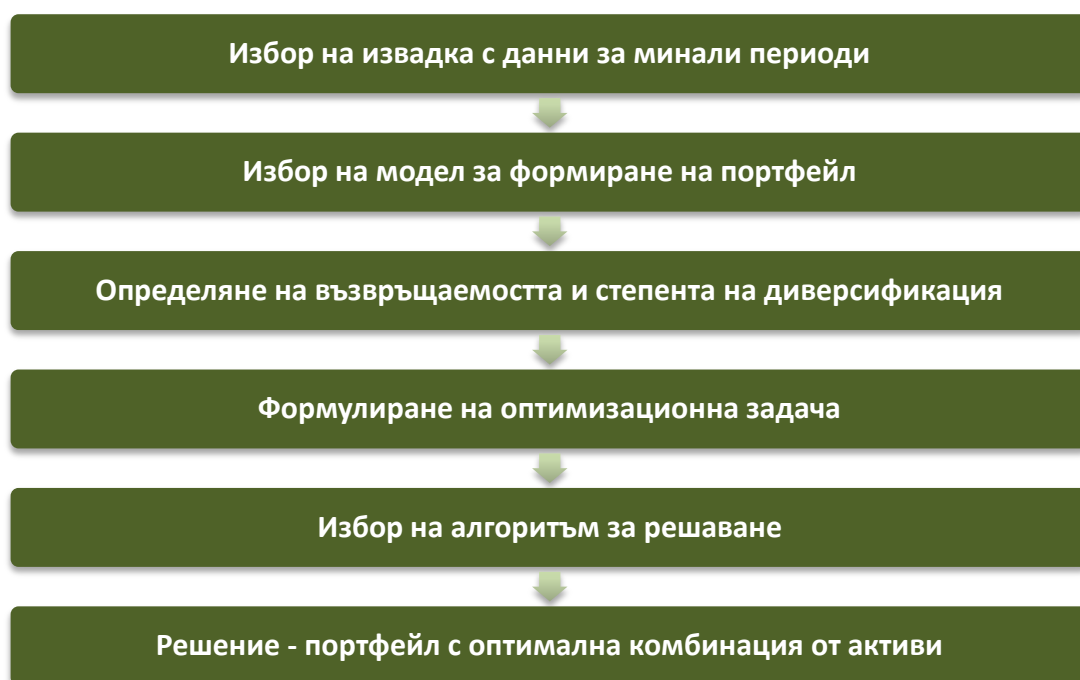
Стъпка 7. Проверка на критериите за спиране. Ако някой критерий за спиране е изпълнен – преминаване към Стъпка 8, в противен случай изпълняване на диверсифициране на търсенето. Обновяване на брояча на диверсификациите: $divcont = divcount + 1$.

Стъпка 8. КРАЙ.

Прилагайки скаларизация, устойчивият модел на портфейл (2.28) – (2.33) включва един критерий / една целева функция. Той може да бъде разширен в модел с отчитане на минималните транзакционни лотове, както и ограниченията за такси и кардиналност, които съществуват в реалния свят.

2.5 Методология за формиране на портфейл

За формирането на портфейл с различни активи могат да се разграничат няколко основни етапи. В настоящия дисертационен труд се предлага обобщена методология за формиране на портфейл, която се реализира чрез изпълнението на следните процедури, както е показано на Фиг. 5.



Фиг. 5 Обобщена методология за формиране на портфейл

Глава 3. Резултати от проведените числени експерименти

В тази глава са описани проведените числени експерименти върху задачи, базирайки се на модела (2.28) – (2.33) за оптимизация на портфейл при конкретни ограничения. Въз основа на исторически данни са формулирани два експериментални модела съответно за три и за шест актива, за да се изследва ефективността на предложения хибриден алгоритъм за оптимизация на портфейл. Посредством два оптимизационни подхода Interior Point (солвър *fmincon*) в средата Matlab и предложения нов Хибриден алгоритъм за оптимизация на портфейл са получени резултати за двата модела и е направено сравнение.

3.1 Модел с три актива и 10-годишни исторически данни

В първият експеримент се прилага оптимизация по модифицирания модел на Марковиц за средна вариация (2.28) – (2.33), за да се конструира оптимален портфейл от френски акции, американски държавни ценни книжа и депозити с 1% положителна възвръщаемост. Използват се исторически данни за възвръщаемостта за тези три актива за 10 години, за да се изчисли геометричната средна, матрицата на корелацията и матрицата на ковариацията, които да послужат за формулирането на задачата за оптимизация на портфейл като задача на квадратичното програмиране, така че общата очаквана възвръщаемост на трите актива в портфейла от да не е по-малка от предварително зададената такава.

Формулировката на задачата за оптимизация на портфейла е:

$$\begin{aligned} \min F = & [0.010616427928x_{\text{ОБЛ}}^2 + 2.(-0.000337020935)x_{\text{ОБЛ}} \cdot x_{\text{АКЦИИ}} + \\ & + 2.(-0.000000539066)x_{\text{ОБЛ}} \cdot x_{\text{ДЕПОЗИТИ}} + 0.002284457879x_{\text{АКЦИИ}}^2 + \\ & + 2.0.000000462459x_{\text{АКЦИИ}} \cdot x_{\text{ДЕПОЗИТИ}} + 0.000000002090x_{\text{ДЕПОЗИТИ}}^2], \end{aligned} \quad (3.6)$$

при ограничения:

$$\mu^T x = -0.22 x_{\text{ОБЛИГАЦИИ}} + 0.18x_{\text{АКЦИИ}} + 0.08456 x_{\text{ДЕПОЗИТИ}} \geq R$$

$$\left| \sum_{i=1}^3 x_i^2 - 0,33333 \right| \leq 0,05,$$

$$\sum_{i=0}^3 \Delta x_{i,t} + \sum_{i=1}^3 c_{i,t} |\Delta x_{i,t}| = 0, \quad t = 1, \dots, T-1;$$

$$x_{\text{ОБЛИГАЦИИ}} + x_{\text{АКЦИИ}} + x_{\text{ДЕПОЗИТИ}} = 1$$

$$x_{\text{ОБЛИГАЦИИ}}, x_{\text{АКЦИИ}}, x_{\text{ДЕПОЗИТИ}} \geq 0$$

Горната задача се решава 10 пъти за различни стойности на възвръщаемостта в проценти: $R = 6\%$, $R = 6,5\%$, ..., $R = 10,5\%$ със стъпка на нарастване $0,5\%$. Най-напред оптимизацията е извършена с помощта на разработения хибриден алгоритъм за селекция на портфейл, а след това с помощта на солвъра **fmincon** от MATLAB “Optimization Toolbox” [18] посредством алгоритъма на вътрешната точка (*Interior point algorithm*), чието предимство е, че допуска всички видове ограничения.

3.1.1 Резултати при оптимизация на портфейл с 3 актива чрез предложения двукритериален модел и използване на хибридният алгоритъм и със солвъра **fmincon** от Matlab

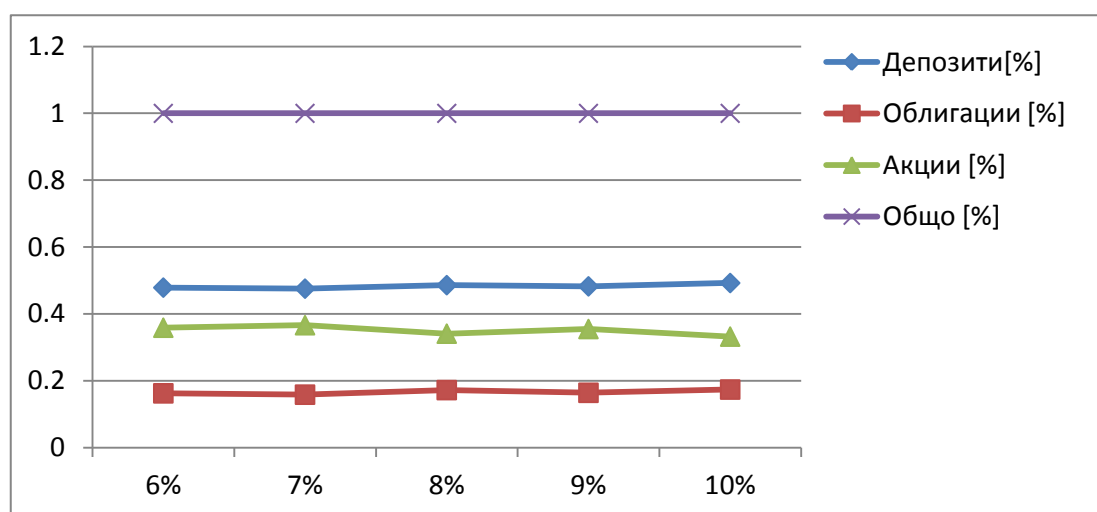
В Таблица 9 са представени резултатите от проведените числени експерименти с хибридният алгоритъм. За всяка стойност на параметъра R от 6 %

до 10,5% са извършени по десет изчисления с Хибридният алгоритъм. С червено е отбелязано най-доброто решение, при зададената очаквана възвръщаемост за оптимизация на портфейла от 3 актива на база исторически данни за период 120 месеца или 10 години.

Извлечение от Табл. 9. Резултати от хибридният алгоритъм за 3 актива и възвръщаемост 6 %

№	Стойност на целевата функция	Оптимален портфейл		
		Облигации	Акции	Депозити
6% Възвръщаемост				
1	5.794066940371048e-04	0.195533308441747	0.305914684499346	0.498582406818212
2	5.431084013674748e-04	0.159477056833486	0.370032551199147	0.470295740570779
3	5.871732296605341e-04	0.148121541017727	0.416191315799532	0.436124992962780
4	6.599734985032965e-04	0.152215198424261	0.448699495334937	0.397648450327024
5	6.051161402039595e-04	0.194374079230470	0.328854690650089	0.476588428394402
6	5.822353927709721e-04	0.149571215636529	0.411098896797715	0.439676629466057
7	6.626166141358330e-04	0.150578769257309	0.452484170030794	0.394181626971399
8	6.417347482106582e-04	0.153503697558590	0.437228280942269	0.410088866107027
9	7.333492161955965e-04	0.160118041513668	0.473496518659992	0.365081714458605
10	5.352082093821857e-04	0.162491508733274	0.358816119183875	0.478759042850245

На Фиг. 6 са показани трендовете при използване на три актива и различни проценти на възвръщаемостта.



Фиг. 6 Тренд за експерименталния модел с три актива

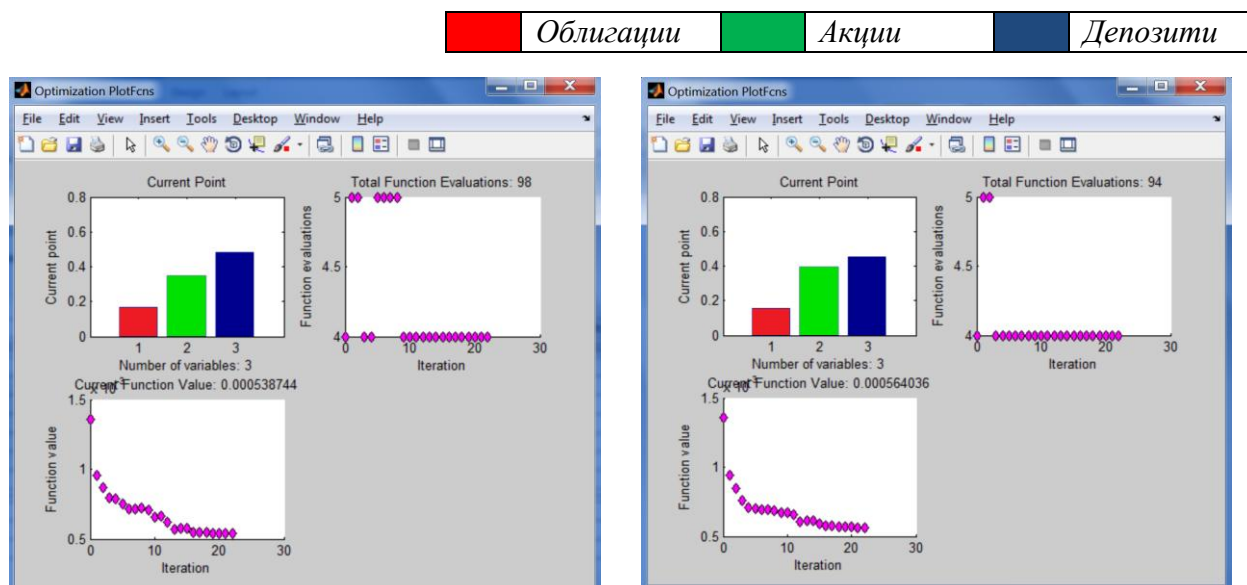
3.1.2 Резултати при оптимизация на портфейл с 3 актива чрез предложения двукритериален модел и използване на солвър *fmincon* от Matlab

Резултатите от оптимизацията за всички десет оптимизационни задачи с втория подход за различните стойности на възвръщаемост чрез солвър *fmincon* от Matlab „Optimization Toolbox” са обобщени в Таблица 10 както следва:

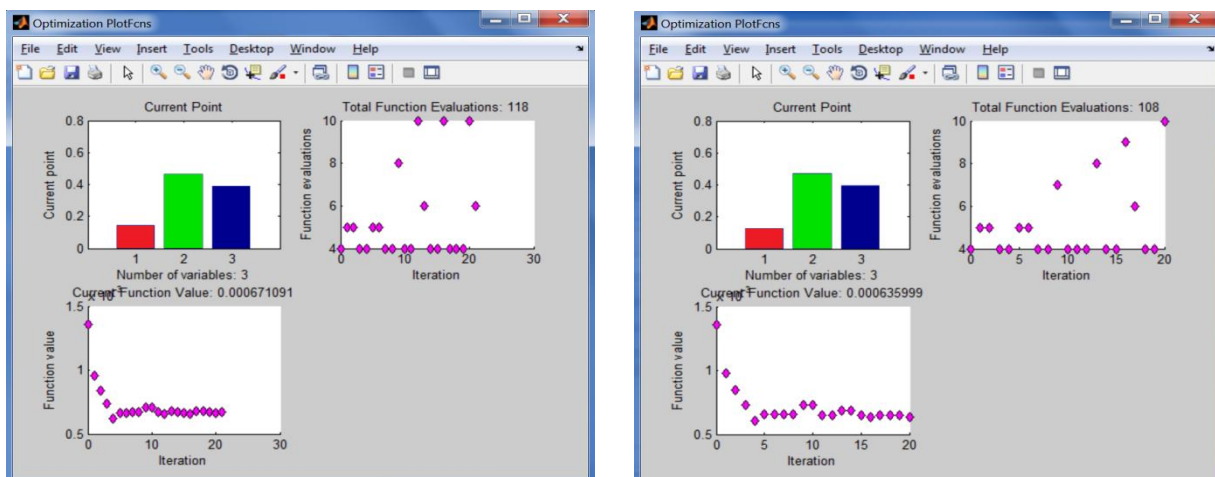
Таблица 10. Резултати чрез солвър *fmincon* от Matlab

Стойност на целевата функция f	Възвръщаемост R [%]	Итерации	Общо Изчисления на целевата функция	Оптимален портфейл		
				Облигации [%]	Акции [%]	Депозити [%]
5.387437690212220E-4	6	22	98	0.168966	0.347022	0.484012
5.388831287378297E-4	6.5	18	89	0.168262	0.348713	0.483025
5.430593589223452E-4	7	22	94	0.161816	0.365296	0.472888
5.640361640922369E-4	7.5	22	94	0.154267	0.392602	0.453131
6.311263811064216E-4	8	17	76	0.151272	0.435088	0.413640
6.403115399398162E-4	8.5	18	98	0.144184	0.445191	0.410626
6.710914897734869E-4	9	21	118	0.144424	0.465421	0.387285
6.821441041356491E-4	9.5	16	90	0.138080	0.464479	0.393496
6.883647044897766E-4	10	16	84	0.130139	0.467585	0.396123
6.959992168393732E-4	10.5	20	108	0.127702	0.469306	0.396252

На Фиг. 7 и 8 са показани оптималните конфигурации на портфейл с 3 актива при различни стойности на възвръщаемостта.

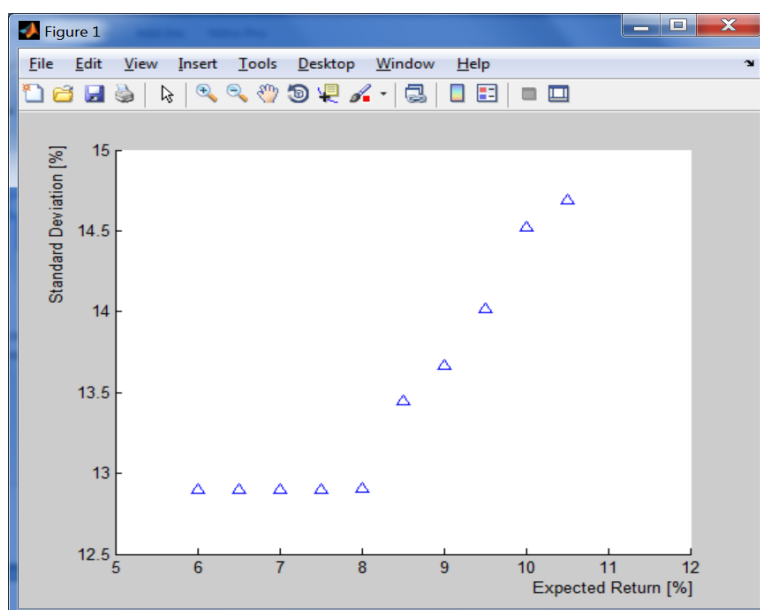


Фиг. 7 Оптимален портфейл за възвръщаемост 6% и 7,5%



Фиг. 8 Оптимален портфейл за възвръщаемост 9 % и 10,5 %

Получените точки от Парето-фронта са представени на Фиг. 9. Всеки един изчислен Парето-оптимален портфейл е представен като триъгълник, разположен на Парето-повърхнината с координати 1) мярката на риска (стандартното отклонение) и 2) очакваната възвръщаемост.



Фиг. 9 Получените точки от Парето-фронта на база резултатите на **fmincon** (Matlab)

3.1.3 Сравнение на резултатите за портфейла с 3 актива, получени с двата подхода

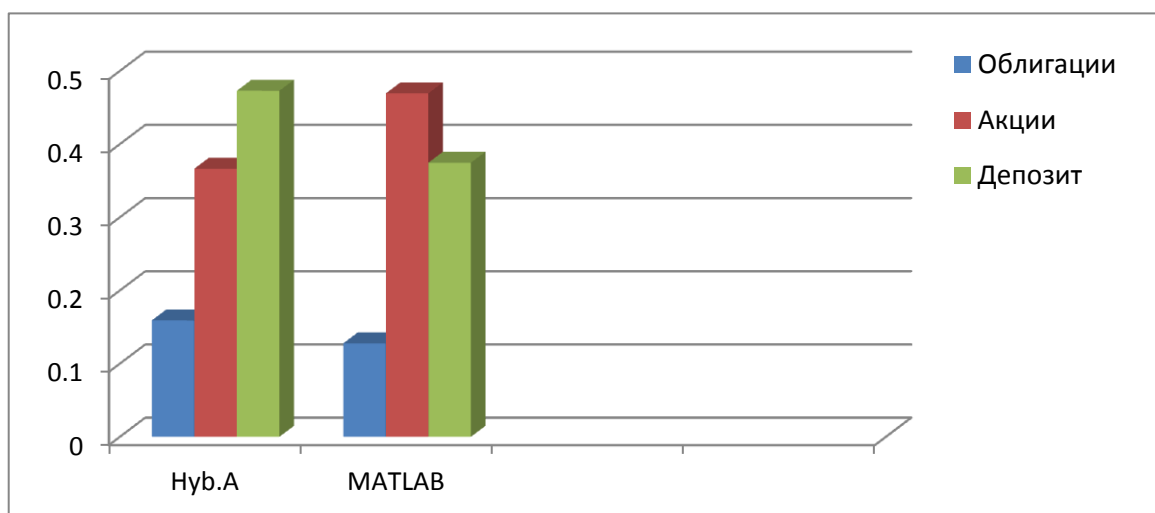
В този раздел е направено сравнение на резултатите за първия модел получени с хибридният алгоритъм и солвър **fmincon** от Matlab. В Таблица 12 са представени резултатите от изчисленията за “период 120 месеца, 3 актива“, с червено е отбелязано най-доброто решение, при търсена възвръщаемост от 6 % до 10,5 %.

Извлечение от Табл. 12. Сравнение на резултатите за първия модел с двата подхода

Най-добро решение	С-ст на целевата функция	Оптимален портфейл		
		Облигации	Акции	Депозити
6% Възвръщаемост				
Hyb. A	5.352082093821857e-04	0.162491508733274	0.358816119183875	0.478759042850245
MATLAB	5.387437690212220e-04	0.168966	0.347022	0.484012
6,5% Възвръщаемост				
Hyb. A	5.261467870846590e-04	0.162489036358221	0.352846326472330	0.483859796759362
MATLAB	5.388831287378297e-04	0.168262	0.348713	0.483025

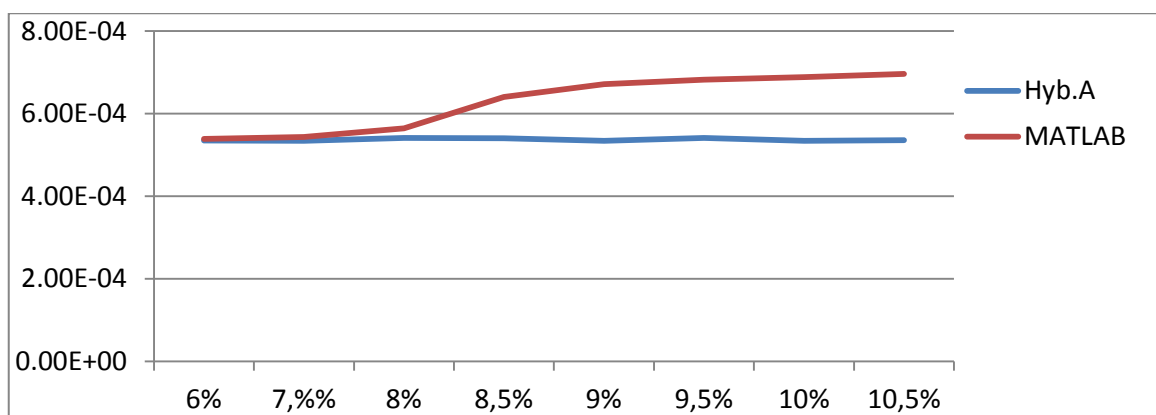
Вижда се, че във всичките 10 случая с различна степен на възвръщаемост Хибридният алгоритъм е получил по-точни решения в сравнение със солвъра *fmincon*. При това разликите в стойността на целевата функция достигат до $1.6e-04$ (виж Таблица 12, възвръщаемост 10,5%). Тази разлика изглежда незначителна, но тя е свързана със значителни разлики в процентното участие на активите в портфейла. Също така колкото по-голяма е инвестицията в портфейла, толкова по-голяма ще бъде и ползата от използването на по-точни решения.

На Фиг. 10 е показано сравнение на получените резултати с двата подхода при възвръщаемост 10,5%.



Фиг. 10: Оптимален портфейл с двата подхода при възвръщаемост 10,5%.

На Фиг. 11 е визуализиран тренда за стойността на целевата функция за трите актива, получена при хибридният алгоритъм и солвъра *fmincon* от Matlab за целия интервал на очакваната възвръщаемост.



Фиг. 11: Тренд за стойността на целевата функция за модела с 3 актива

3.2 Модел с шест актива и исторически данни за 10 години и 11 месеца

Във вторият експеримент се прилага оптимизация по модифицирания модел на Марковиц за средна вариация (2.28) – (2.33), за да се конструира оптимален портфейл от американски акции, японски акции, френски и швейцарски акции, американски държавни ценни книжа и депозити с 1% отрицателна възвръщаемост. Историческите данни за 131 месеца на възвръщаемостта на тези шест актива се използваха за изчисляването на геометричната средна, матрицата на ковариацията и матрицата на корелацията, които послужиха за формулирането на задачата за оптимизация на портфейл като задача на квадратичното програмиране, така че общата очакваната възвръщаемост от всички активи да не е по-малка от предварително зададената такава.

Експериментът беше допълнен с подобен на подхода предложен от Цезароне и др. [8, 9]. Авторите включват в модела за оптимизация на портфейла реалистичното ограничение, че не повече от K активи трябва да се съдържат в портфейла (*кардинално* ограничение). Те включват и *количествено* ограничение, така че всеки актив в портфейла да е ограничен в определен интервал. Второто ограничение е твърде строго и може да се пропусне, за да се получи оптимално решение с по-високо качество. В настоящата дисертация при втория експеримент не се въвежда кардинално ограничение, а оптимизационният процес се разделя на два етапа. На първия етап оптимизацията се извършва с всички налични активи и за определена възвръщаемост. Тогава най-добрите K активи (в случая е прието $K = 3$) се включват във втория етап на оптимизацията, където оптимизационната задача е решена няколко пъти с различна възвръщаемост. Накрая се избира конкретна възвръщаемост и оптимално решение.

Формулировката на задачата за оптимизация на портфейла е:

$$\begin{aligned} \min F = & [0.001745x_1^2 + 2.(0.000490)x_1.x_2 + 2.(0.000521)x_1.x_3 + 2.(0.000898)x_1.x_4 + \\ & + 2.(0.0000003)x_1.x_5 + 2.(0.000367)x_1.x_6 + 0.002190x_2^2 + \\ & + 2.(0.001883)x_2.x_3 + 2.(0.001306)x_2.x_4 - 2.(0.00000008)x_2.x_5 + \\ & + 2.(0.001641)x_2.x_6 + 0.003336x_3^2 + 2.(0.002022)x_3.x_4 - 2.(0.0000002)x_3.x_5 + \\ & + 2.(0.001703)x_3.x_6 + 0.009293x_4^2 - 2.(0.00000009)x_4.x_5 + \\ & + 2.(0.001174)x_4.x_6 + 0.00000000008x_5^2 - 2.(0.00000008)x_5.x_6 + \\ & + 0.001815x_6^2], \end{aligned} \quad (3.7)$$

При ограничения:

$$\mu^T x = 0.01259x_1 + 0.010284x_2 + 0.24x_3 - 0.35x_4 - 0.084426x_5 + 0.48x_6 \geq R$$

$$\left| \sum_{i=1}^6 x_i^2 - 0.33333 \right| \leq 0.05,$$

$$\sum_{i=0}^6 \Delta x_{i,t} + \sum_{i=1}^6 c_{i,t} |\Delta x_{i,t}| = 0, \quad t = 1, \dots, T-1;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

След този етап само 3-те актива с най-голям процент се включват в новия портфейл и с тях се конструира нова оптимизационна задача, която се решава във втория етап на оптимизацията.

Формулираната оптимизационна задача за 2-рия етап е, както следва:

$$\begin{aligned} \min f = & [0.0017453940x_1^2 + 2.(0.0000002754)x_1.x_2 + 2.(0.0003672134)x_1.x_3 + \\ & + 0.0000000008x_2^2 - 2.(0.0000000767)x_2.x_3 + 0.0018149142x_3^2] \end{aligned} \quad (3.8)$$

при ограничения:

$$\mu^T x = 0.011259x_1 - 0.00084426x_2 + 0.0048x_3 \geq R$$

$$\left| \sum_{i=1}^3 x_i^2 - 0.33333 \right| \leq 0.05,$$

$$\sum_{i=0}^3 \Delta x_{i,t} + \sum_{i=1}^3 c_{i,t} |\Delta x_{i,t}| = 0, \quad t = 1, \dots, T-1;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Задачата е решена 10 пъти, използвайки различна норма на възвръщаемост за $R = 6\%$, $R = 6.5\%$, ..., $R = 10.5\%$ със стъпка на нарастване от 0.5% . Ползван е солвър **fmincon** от MATLAB “Optimization Toolbox” [18], посредством *Interior point* алгоритъма.

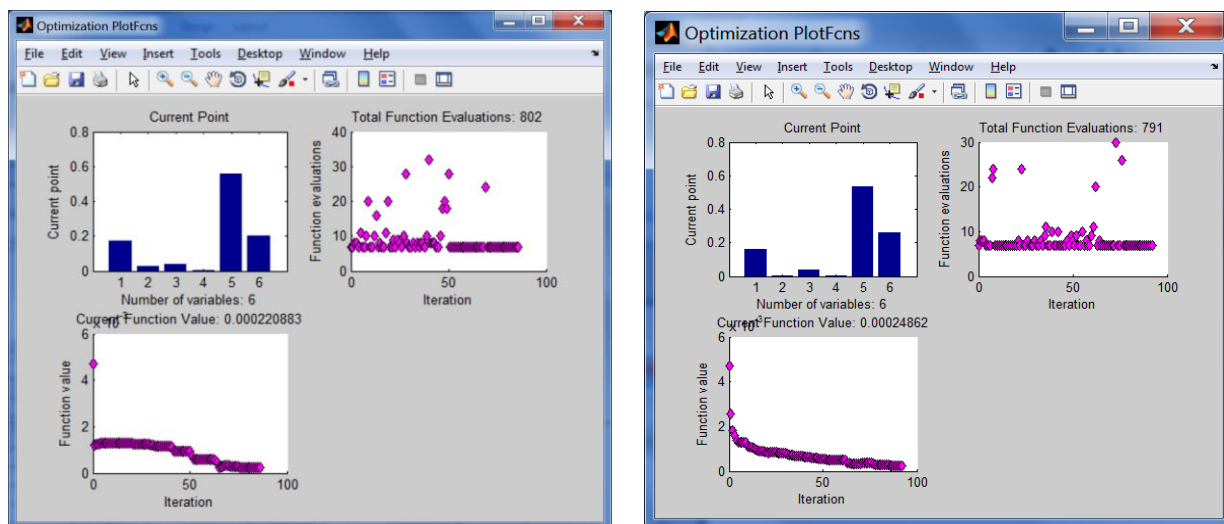
3.2.1 Резултати при оптимизация на портфейл с 6 актива чрез предложения двукритериален модел и използване на солвъра *fmincon* от Matlab

Оптимизацията при решаването на задачата за модела с шест актива се реализира на два етапа. На първия етап оптимизацията се извършва с всичките шест актива за търсените стойности на възвръщаемост. Получените резултати за първия етап чрез солвъра *fmincon* от Matlab са представени в Таблица 18.

Извлечение от Таблица 18. Резултати за Етап 1, получени чрез солвъра *fmincon* от Matlab

Оптимална стойност на целевата функция	R [%]	iter	f eval	Швейц. акции	Френск и акции	Японски акции	ДЦК	Депозит 1% отр. лихва	Америк. акции
2.2088264574732003e-4	6	86	802	0.171817	0.028714	0.039459	0.001748	0.557528	0.200734
2.2459003508634788e-4	6.5	43	435	0.170496	0.022932	0.039854	0.001661	0.554468	0.210590

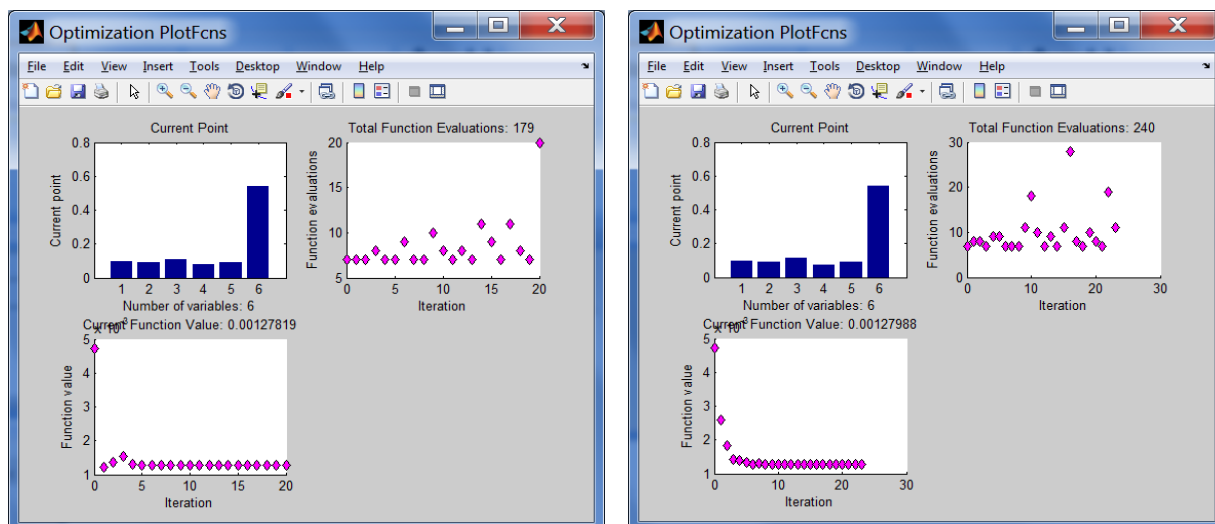
За възвръщаемост $R = 6\%$, $R = 6,5\%$, $R = 7\%$, $R = 9\%$ и $R = 9,5\%$ солвърът *fmincon* намира оптимално решение с най-високи стойности на променливите x_1 , x_5 , x_6 (Фиг. 12).



Фиг. 12 Оптимален портфейл за възвръщаемост 6% и 9%

За възвръщаемост $R = 7,5\%$, $R = 8\%$, $R = 8,5\%$, $R = 10\%$ и $R = 10,5\%$ солвърът *fmincon* намира оптимално решение с най-високи стойности на променливите x_1 , x_3 , x_6 (Фиг. 13). Финалното съобщение на солвъра в тези случаи е: “Възможен локален минимум. Ограниченията са удовлетворени. Солвърът *fmincon* спря, защото размерът на текущата стъпка е по-малък от стойността по подразбиране за

толеранса на размера на стъпката и ограниченията са удовлетворени в рамките на стойността по подразбиране на толеранса на ограниченията.”



Фиг. 13 Оптимален портфейл за възвръщаемост 8,5% и 10,5%

С оглед на получените стойности за целевата функция може да се приеме, че получените решения от *fmincon* за възвръщаемост $R = 7,5\%$, $R = 8\%$, $R = 8,5\%$, $R = 10\%$ и $R = 10,5\%$ са само локално оптимални. По тази причина във втория етап на оптимизация се изгражда портфейл, включващ индексите Swiss Market, Депозит при отрицателна лихва 1% и SP500, т.е. променливите x_1 , x_5 , x_6 .

С Хибридният алгоритъм също се получава, че променливите x_1 , x_5 , x_6 имат най-високи стойности. Ако разгледаме само трите променливи с най-високи стойности в десетте намерени най-добри решения с Хибридният алгоритъм (Таблица 19), променливата x_1 участва 5 пъти, променливата x_2 участва 4 пъти, променливата x_3 участва 3 пъти, променливата x_5 участва 10 пъти и променливата x_6 участва 8 пъти. В резултат се потвърждава, че портфейлът на втория етап трябва да съдържа индексите: Швейцарски акции (Swiss Market), Депозит отр. лихва 1% и Американски акции (SP 500 USA), т.е. променливите x_1 , x_5 , x_6 .

3.2.2 Резултати при оптимизация на портфейл с 6 актива чрез предложения двукритериален модел (2.28) – (2.33) и използване на Хибридният алгоритъм

В този раздел са представени резултатите от проведените тестове на втория модел с Хибридният алгоритъм (виж Таблица 19), с червено е отбелязано най-доброто решение, при търсена възвръщаемост от 6 % до 10,5% за оптимизация на портфейла с 6 актива. За всяка различна стойност на възвръщаемостта са извършени по 6 изчисления с Хибридният алгоритъм.

Извлечение от Табл. 19. Резултати за втория модел с Хибридни алгоритъм, с червено е отбелязано най-доброто решение, при възвръщаемост от 6% до 10,5% и 6 изчисления.

№	С-ст на целевата функция	Оптимален портфейл					
		Швейц. акции	Френски акции	Японски акции	ДКЦ	Депозит 1% отр. лихва	Америк. акции
6% Възвръщаемост							
1	16.68187620 659e-04	0.1367074361 36592	0.0128230481 96617	0.353371471 013417	0.09344566 3495940	0.0053625634 16308	0.39733363 0693842
2	5.829186983 791690e-04	0.0738327990 08721	0.2553126124 69978	0.029745219 454827	0.00084164 3904796	0.3851961999 12611	0.25797672 3120115
3	10.26571748 e-04	0.5149368327 94863	0.2312382915 11671	0.012675074 571854	0.01645487 2848148	0.0429553483 99033	0.18262529 5735171
4	5.829169994 432790e-04	0.0738501685 60546	0.2553397174 75985	0.029722985 266706	0.00084184 1039746	0.3851935914 59225	0.25796332 8059998
5	15.04299253 011e-04	0.0819612343 29811	0.5309551487 12454	0.070369337 813015	0.02813930 1566989	0.0487414303 39631	0.24005495 9214900
6	5.828098768 309748e-04	0.0738619742 76137	0.2553835342 04454	0.029564277 267465	0.00091453 8076972	0.3851360968 66381	0.25797069 6123819

3.2.3 Сравнение на резултатите за модела с 6 актива, получени с двата подхода

В този раздел е направено сравнение на резултатите за втория модел получени с хибридни алгоритъм и солвър *fmincon* от Matlab. В Таблица 20 са представени резултатите от изчисленията за очаквана възвръщаемост в интервала (6-10,5) %.

Извлечение от Таблица 20. Резултати за Етап 1, получени чрез солвър *fmincon* от Matlab и чрез Хибридни алгоритъм

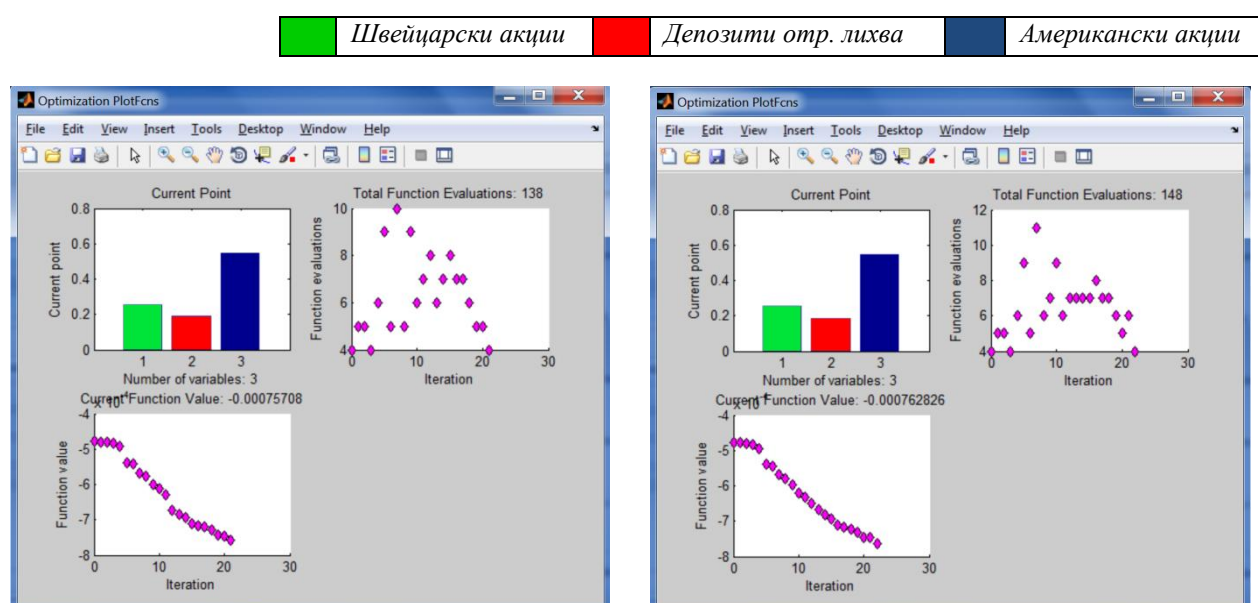
	С-ст на целевата функция	Оптимален портфейл					
		Швейц. акции	Френски акции	Японски акции	ДКЦ	Депозит 1% отр. лихва	Америк. акции
6 % Възвръщаемост							
Hyb.A	5.82809877e-4	0.073862	0.255384	0.029564	0.000915	0.385136	0.257971
MATLAB	2.20882646e-4	0.171817	0.028714	0.039459	0.001748	0.557528	0.200734
6,5 % Възвръщаемост							
Hyb.A	5.9857358e-04	0.080005	0.071475	0.110320	0.000285	0.368099	0.367313
MATLAB	2.24590035e-4	0.170496	0.022932	0.039854	0.001661	0.554468	0.210590

При сравнение на резултатите се вижда, че по-добрите стойности за минимума на целевата функция се получават с Хибридни алгоритъм. Той е по-прецизен при изчисленията в сравнение със солвър *fmincon* от MATLAB в 6 от 10-те случая с различен процент на възвръщаемост. Разликата в полза на

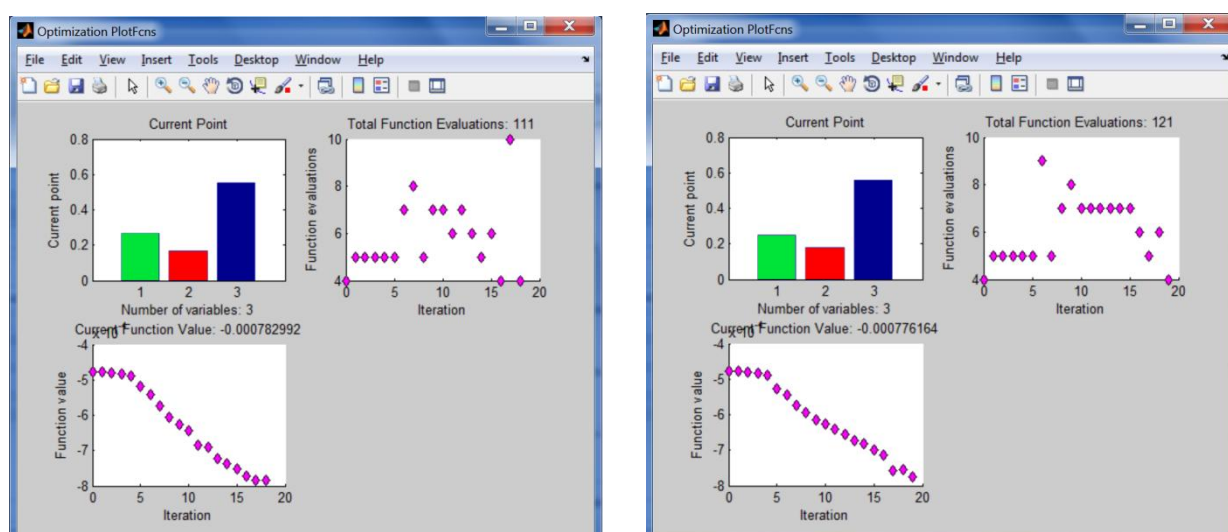
Хибридният алгоритъм става все по-голяма при увеличаване на желаните процент на възвръщаемост (виж Таблица 20, възвръщаемост 9,5%, 10%, 10,5%).

Етап 2: На втория етап на оптимизацията се изчислява оптимален портфейл по модифицирания модел на Марковиц за средна вариация включващ три вида активи: Швейцарски акции (Swiss Market), Депозит отр. лихва 1% и Американски акции (SP 500 USA). За всеки от тестваните 10 случая с различни ставки на възвръщаемост са направени по 6 изчисления с Хибридният алгоритъм. Както и в останалите гореописани тествания солвърът *fmincon* на Matlab намира подобни решения, но с по-малка точност.

Фиг. 14 и 15 са представени резултатите за оптимални портфейли при очаквана възвръщаемост при 6%, 7,5%, 9% и 10,5%. получени посредством солвъра *fmincon* от Matlab.



Фиг. 14 Оптимален портфейл за възвръщаемост 6% и 7,5%



Фиг. 15 Оптимален портфейл за възвръщаемост 9 % и 10,5 %

Извлечение от Табл. 21. Резултати за Етап 2, получени чрез солвъра **fmincon** от Matlab:

С-ст на целевата функция f	R [%]	Итерации	Общо изчисления на целевата функция	Оптимален портфейл		
				Швейц. акции	Депозит 1% отр. лихва	америк. акции
7.570803525333860E-4	6	21	138	0.255126	0.187342	0.546048
7.418840314847011E-4	6.5	21	143	0.261102	0.189784	0.540048

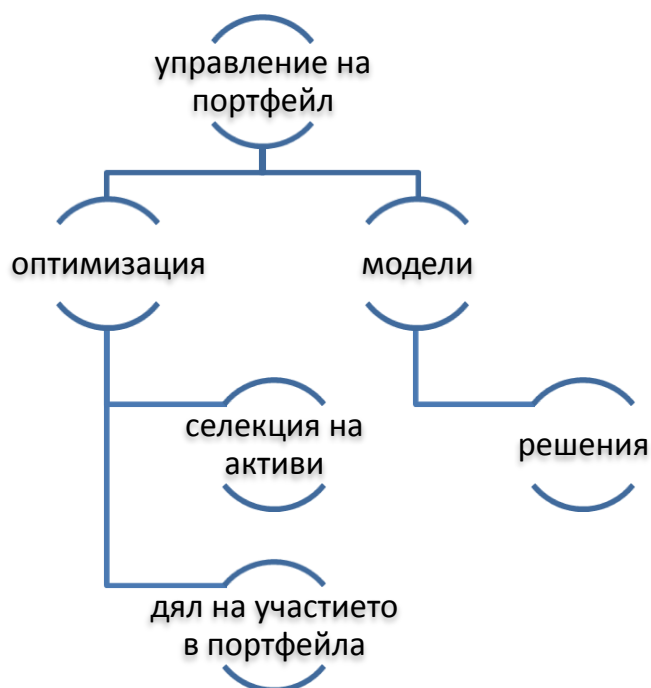
Извлечение от Табл. 22. Резултати за Етап 2, получени чрез Хибридният алгоритъм (най-доброто от 6 решения, получени за всяка стойност на R)

С-ст на целевата функция	R [%]	Итерации	Общо изчисления на целевата функция	Оптимален портфейл		
				швейц. акции	депозит 1% отр. лихва	америк. акции
3.454245734754128e-04	6	100	4000	0.17643308	0.4546998	0.3663634
3.129365174569988e-04	6.5	100	4000	0.16513090	0.4835514	0.3503956

Във всичките 10 разгледани случая за различна степен на възвръщаемост Хибридният алгоритъм е получил по-точни решения в сравнение със солвъра **fmincon** от Matlab. Разликата в стойностите на целевата функция достига до 4,289e-04 при R = 6,5% (виж Таблица 21 и Таблица 22).

3.3 Използване на предложените модели и алгоритъм за управление на портфейл

При избора на инвестиционна политика се дефинират целите на инвеститора и на обема на инвестициите, оценяват се видовете активи и се избират на най-изгодните от тях при отчитане на факторите възвръщаемост и риск. Формирането на портфейл от активи включва двуетапна процедура на оптимизация. На първия етап се определят конкретните активи, в които ще се инвестира. Това е нагледно илюстрирано в дисертационния труд с експерименталния модел с 6 актива. След първия етап на оптимизация са определени трите най-изгодни актива, които да се включат в окончателния портфейл, а останалите три актива са отхвърлени. При това е взета пред вид диверсификацията на портфейла с цел да се постигне определена очаквана възвръщаемост. По този начин прилагайки формулирания нов модел и разработения Хибриден алгоритъм ЛВР съществено се подпомага при селекцията на крайните активи в портфейла (Фиг. 16).



Фиг. 16 Блок-схема на управление на портфейл

На втория етап на оптимизация се изчисляват пропорциите на инвестиция капитал за селектираните активи. Отново ЛВР е съществено подпомогнато при решенията си (виж блок IV.2. в Блок-схемата на управление на портфейл в т. 1.1 в дисертацията), тъй като му се предоставят оптимални решения за 10 различни инвестиционни политики – с очаквана възвръщаемост в интервал [6%, 10,5%] със стъпка 0,5%. При реализацията на инвестицията съответно се закупуват оптималните количества от всеки тип активи.

Формираният при началните предпоставки портфейл след даден интервал от време може да се окаже не оптимален за инвеститора.

След етапа на формиране на портфейла обикновено се изчаква определен интервал време, след което се оценява ефективността на портфейла. На този етап се изчислява доходността от портфейла и получения резултат се сравнява с избрания базов показател. Ако оценката за ефективността на портфейла е положителна, то следва така формирания портфейл да се запази за нов краен период от време. След това се извършва нова оценка на ефективността. При негативна оценка на ефективността на портфейла се преминава на етап преразглеждане на портфейла, което е свързано с промени в целите на инвестирането и евентуален нов избор на активи. Така формулираният нов модел и разработеният хибриден алгоритъм могат да се използват циклично в процеса на управление на портфейл. Доказана е работоспособността им за портфейл с 6 актива при времеви ред за 131 месеца

(почти 11 години). Това дава основание да се очаква, че моделът и алгоритъмът могат да се прилагат за решаване на реални задачи за оптимизация на портфейл.

3.4 Изводи

Оптимизацията чрез популация от светулки на данните на двата експериментални модела е реализирана със създадения в дисертационния труд Хибриден алгоритъм за селекция на портфейл, базиран на метода на светулките на Янг от 2007 г. и метода на Хуук и Джийвс от 1961, известен като *Pattern Search*.

Посредством два оптимизационни подхода Interior Point на солвъра **fmincon** в средата Matlab и Хибридният алгоритъм са тествани различни оптимизационни задачи, а именно решени са 30 задачи за оптимизация на портфейл. Ефективността на подходите беше оценена по следните критерии: брой итерации, брой изчисления на целевата функция и време, за което се извършват изчисленията. Размерът на задачите за изчисления варираше. При първия експеримент по десет изчисления за търсена възвръщаемост от 6 % до 10,5 % със стъпка на нарастване от 0,5, а при втория по шест изчисления за идентична на горната търсена възвръщаемост. В резултат на това беше установено, че хибридният алгоритъм за оптимизация на портфейл решава по-точно задачите от двата експеримента в сравнение с резултата, получен чрез солвъра **fmincon** от MATLAB и достига до финално решение за относително кратко време. По този начин се дава важна информация на ЛВР при селекцията на активи за участие в портфейла, отчитайки предварително зададените критерии. Така финансовият аналитик, мениджърът или друго ЛВР биват подпомогнати при решението кой/кои активи да се изключи/включи в портфейла. На следващ оптимизационен етап се определят точните пропорции на активите, включени в портфейла. Получаването на резултати с висока точност е свързано с извършването на настройка на параметрите в алгоритъма.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд третира проблемите, свързани с разработването на нови, високо ефективни математически модели и методи за оптимизация и управление на портфейл, което представлява не само научен, но и практически интерес както за борсите, банките, застрахователните и инвестиционните компании, така и за държавата от гледна точка функционирането на финансовата система.

В изследването за целите на анализа са използвани математически модели за вземащите решения в условията на стабилна икономическа ситуация, при разширяване на модела на класическата теория на финансите, като вземащият решение търси само максимизиране на своята полза при минимизиране на риска. В реалния живот лицето вземащо решения се среща с редица ограничения: кардинални, разходи за смяна на активите, ограничения за оборот, търговски и др., които са подробно описани. Влияние оказват и поведенческите фактори на лицето, вземащо решения, тъй като действията на инвеститорите/мениджърите/ЛВР понякога се отклоняват от рационалното.

Използваните два оптимизационни подхода *Interior point* при нелинейна оптимизация с ограничения в среда на Matlab и предложеният Хибриден еволюционен алгоритъм за оптимизация на портфейл дават възможност за обработката на големи редове данни за исторически периоди от 10 години и повече за цялата налична международна публична информация.

Извършени са числени пресмятания за два експериментални модела с различен брой на активите, участващи в портфейла и с различни редове изходни реални данни, за да се тества приложимостта на създадения нов хибриден алгоритъм за оптимизация на портфейл и да се сравнят двата подхода за решаване на задачата за оптимизация на портфейл с ограничения.

От всички проведени експерименти може да се установи, че и двата подхода са приложими при оптимизацията на портфейл с ограничения. Детайлното разглеждане на резултатите от двата експериментални модела показва, че Хибридният еволюционен алгоритъм с лекота преодолява недостатъка на метода на времевите редове за значителната изчислителна трудност, друго предимство е ефикасността / точността му, с която намира оптималните решения. Той е по-прецизен при изчисленията в сравнение със солвъра *fmincon* на Matlab.

В заключение може да се обобщи, че предложенят нов Хибриден алгоритъм за оптимизация на портфейл е приложим и ефективен за решаване на широк кръг задачи в реални финансови процеси. По този начин получи потвърждение работната хипотеза на настоящия труд, че хибридни еволюционни алгоритми могат да се прилагат с успех при оптимизацията на портфейли. Решаването на реални задачи с по-големи размери би могло да бъде насока за бъдещи изследвания, които ще доведат до обогатяване на изследваната научна област.

Получените и описани в дисертацията резултати, са отразени в общо 7 публикации, 1 от които е глава от книга, 4 от тях са докладвани на международни конференции.

Справка за приносите в дисертационния труд

В резултат на проведените изследвания в настоящия труд, са постигнати следните научно-приложни и приложни резултати:

- ✚ Формулиран е двукритериален модел за оптимизация на портфейл за няколко периода, който представлява модификация на модела Средна вариация (MV) на Хари Марковиц.

- ✚ Предложена е обобщена методология за формиране на портфейл.

- ✚ Формулиран е Хибриден еволюционен алгоритъм на база метода на светулките на Янг и метода Pattern search на Хуук и Джийвс. Предимството на предложения алгоритъм е точността при изчислението на оптималното решение и относително краткото време за решаване на оптимизационните задачи. Полиномиалната изчислителна сложност на Хибридният еволюционен алгоритъм позволява той да се използва успешно за решаване на оптимизационни задачи с голям размер.

- ✚ На база на предложения двукритериален оптимизационен модел са формулирани съответни задачи, които са решени чрез предложия Хибриден алгоритъм и чрез стандартния солвър *fmincon* на Matlab (*Interior point*). Получените резултати потвърждават работоспособността на Хибридният алгоритъм.

- ✚ Разработени са програмни модули, реализиращи предложия Хибриден алгоритъм за решаване на задачата за оптимизация на портфейл при минимизация на риска, с различна степен на диверсификация и очаквана степен на възвръщаемост.

Публикации по дисертационния труд

1. Stoyanova, K. Optimization Model of Loan Portfolio. In Proc. of the Sixth International Scientific Conference-FMNS 2015, Blagoevgrad, Bulgaria, 2015, ISSN: 1314-0272, pp. 38-43 Zbl 1410.91475.
2. Stoyanova, K., Guliashki, V. MOEAs Applications in the Finance Area. In Proc. of the 30-th International Conference of Information Technologies (InfoTech 2016), ISSN: 1314-1023, Varna, Bulgaria, pp. 31-41.
3. Stoyanova, K., Guliashki, V. A FFO-PS Hybrid Algorithm for Portfolio Selection. In Proc. of the 30-th International Conference of Information Technologies (InfoTech 2016), ISSN: 1314-1023, Varna, Bulgaria, pp. 42-52.
4. Batarfi, H., Bootland, N., San Juan, I. I., Please, C., Raffaelli, M., Stoyanova-Chokova, K., Toshev, A. Modelling Socio-Historical Dynamics. ESGI 129 Study Group Report, ISSN: 2167-6163, Graasten, Denmark, 2017, pp. 1-14.
5. Guliashki, V., Stoyanova, K. Portfolio Risk Optimization Based on MVO Model. In Proc. of the LIII International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies ICEST'2018, ISSN: 2603-3259 (Print), 2603-3267 (Online), pp. 67-70.
6. Stoyanova, K., Guliashki, V., *MOEAs for Portfolio Optimization Applications*. LAP Lambert Academic Publishing, ISSN: 978-613-9-89984-5, 2018, 52 pages.
7. Stoyanova K., Guliashki V. (2020). Two-Stage Portfolio Risk Optimization Based on MVO Model. *International Journal for Reasoning-based Intelligent Systems*, Special Issue: "Intelligent Sensor Data Processing, Mobile Telecommunications and Air Traffic Control", (Guest Eds: K. Dimitrov, I. Draganov), Vol. 12, No. 1, pp. 70-79, ISSN online: 1755-0564, ISSN print: 1755-0556, SJR (0,125), SJR (Q3), DOI: 10.1504/IJRIS.2020.105011

Библиография

1. Barberis, N., & Huang, M. (2001). Mental accounting, loss aversion, and individual stock returns, *The journal of finance*, 56, 1247-1292.
2. Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. *Mathematics of operations research*, 23, pp. 769-805.
3. Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (1999). Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters*, 25, pp. 1-13.
4. Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations research*, Vol. 52, pp. 35-53.
5. Bertsimas, D., & Pachamanova, D. (2008). Robust multiperiod portfolio management in the presence of transaction costs. *Computers & Operations Research*, 35, pp. 3-17.
6. Best, M. J., & Grauer, R. R. (1991). Sensitivity analysis for mean-variance portfolio problems. *Management science*, Vol. 37, 980-989.
7. Calafiore, G. C. (2008). Multi-period portfolio optimization with linear control policies. *Automatica*, 44, 2463-2473.
8. Cesarone, F., Scozzari, A., & Tardella, F. (2011). Portfolio Selection Problems in Practice: A Comparison Between Linear and Quadratic Optimization Models. *arXiv preprint arXiv:1105.3594*.
9. Cesarone, F., Scozzari, A., & Tardella, F. (2013). A New Method for Mean- Variance Portfolio Optimization with Cardinality Constraints. *Annals of Operations Research*, Vo. 205(1), pp. 213-234.
10. Chiam, S., K. Tan, & A. Al Mamun, Investigating technical trading strategy via an multi-objective evolutionary platform, *Expert Systems with Applications*, vol. 36(7), 2009, pp. 10408-10423.
11. Haimes, Y.Y., Lasdon, L. S., & Wismer, D. A., On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 1 (1971), pp. 296-297.
12. Hassanzadeh, F., Nemati, H., & Sum, M., (2014), Robust optimization for interactive multiobjective programming with imprecise information applied to R&D project portfolio selection, *European Journal of Operational Research*, Vol. 238, pp. 41-53.
13. Kahneman D., & Tversky, A. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk // *Econometrica*, Vol. 47(2), 1979, pp. 263-291.
14. Kim Y. S., Rachev S. T., Bianchi M. L., Fabozzi F. J. Financial market models with Levy processes and time-varying volatility, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 32(7), 2008, pp. 1963-1378.

15. Kim, Y., Giacometti, R., Rachev, S., Fabozzi, F., & Mignacca, D. (2012). Measuring Financial Risk and Portfolio Optimization with a Non-Gaussian Multivariate Model. *Annals of Operations Research*, Vol. 201(1), pp. 325-343.
16. Liu Y. K., Wyu X. L., & Hao F. F. A new Chance-Variance optimization criterion for portfolio selection in uncertain decision systems, *Expert Systems With Applications*, Vol. 39, No 7, 2012, pp. 6514-6526.
17. Liu J., X. Jin, T. Wang, & Y. Yuan, (2015), Robust Multi-Period Portfolio Model Based on Prospect Theory and ALMV-PSO Algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 42, 2015, pp. 7252-7262.
18. Matlab, [Online]. <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
19. Miettinen, K., (1999), *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston / London / Dordrecht, 1999.
20. Stoilov T., & K. Stoilova. Portfolio Risk Management Modelling by Bi-level Optimization., Chapter 5 of *Handbook in Decision Making*, Vol. 2 “Risk Management in Decision Making”, ed. J.Lu, L.Jain, G.Zhang, *Intelligent systems reference library vol.33*. Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, ISSN1868-4394, ISBN 978-3-642-25755-1, 2012, pp.91-110.
21. Stoyanov, S., Rachev, S., & Fabozzi, F. (2013). Sensitivity of Portfolio VaR and CVaR to Portfolio Return Characteristics. *Annals of Operations Research*, Vol. 205(1), pp. 169-187.
22. Shefrin, H., & Statman, M. (2000). Behavioral portfolio theory. *Journal of financial and quantitative analysis*, 35, pp. 127-151.
23. Tversky A., & Kahneman, D. Advances in Prospect Theory Cumulative Representation of Uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5(4), 1992, pp. 297-323.
24. Zhu, S., & Fukushima, M. (2009). Worst-case conditional value-at-risk with application to robust portfolio management. *Operations research*, Vol. 57, pp. 1155-1168.